

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة محمد بوضياف بالمسيلة
كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية
قسم العلوم التجارية



مذكرة تدخل ضمن متطلبات نيل شهادة الماجستير

تخصص : علوم تجارية
فرع : إدارة الأعمال

الموضوع:

**المفاضلة بين نموذج السلاسل الزمنية و
نموذج الانحدار البسيط في التنبؤ بحجم
المبيعات في المؤسسة الاقتصادية
دراسة حالة : مطاحن الحضنة بالمسيلة**

لجنة المناقشة:

- | | | |
|----------------------|--|--------|
| د. مفتاح صالح | أستاذ محاضر جامعة بسكرة | رئيساً |
| د. بلواضح حسين | أستاذ محاضر جامعة المسيلة | مقرراً |
| د. سعدي رجال | أستاذ التعليم العالي جامعة قسنطينة | عضواً |
| د. بوعظم كمال | أستاذ محاضر جامعة سطيف | عضواً |
| د. نوبيات عبد القادر | أستاذ مساعد مكلف بالدروس جامعة المسيلة | عضواً |

السنة الجامعية: 2005 / 2006

الفهرس:

مقدمة

القسم الأول : الجانب النظري

- 07..... الفصل الأول: التنبؤ و نموذج الانحدار البسيط
- 08..... المبحث الأول: مدخل للتنبؤ و التنبؤ بحجم المبيعات و النماذج التنبؤية.
- 08..... المطلب الأول: مدخل للتنبؤ
- 08..... أولا: مفهوم و مستويات التنبؤ
- 11..... ثانيا: أهمية التنبؤ و خطواته
- 14..... المطلب الثاني: التنبؤ بحجم المبيعات
- 14..... أولا: ماهية التنبؤ بحجم المبيعات
- 15..... ثانيا: أهمية التنبؤ بحجم المبيعات
- 17..... المطلب الثالث: ماهية النموذج و مراحل بناءه
- 17..... أولا: ماهية النموذج
- 17..... ثانيا: مراحل بناء النموذج
- 20..... المبحث الثاني: مفاهيم عامة حول نموذج الانحدار البسيط
- 20..... المطلب الأول: مفهوم وفرضيات نموذج الانحدار البسيط
- 20..... أولا: مفهوم نموذج الانحدار البسيط
- 21..... ثانيا: فرضيات نموذج الانحدار البسيط
- 24..... المطلب الثاني: طريقة المربعات الصغرى
- 24..... أولا: مفهوم الطريقة
- 25..... ثانيا: فرضيات الطريقة
- 27..... ثالثا: خصائص مقدرات طريقة المربعات الصغرى
- 36..... المطلب الثالث: الارتباط
- أولا: المفهوم الأنواع
- والخصائص.....36..... ثانيا: قياس
- 39..... الارتباط
- 40..... ثالثا: ارتباط الرتب
- 42..... المبحث الثالث: تحليل الانحدار البسيط
- 42..... المطلب الأول: الانحدار الخطي البسيط

- 42.....أولاً: تقدير معالم النموذج.
- 45.....ثانياً: تقييم معاملات النموذج و اختبار الخطأ المعياري.
- 48.....المطلب الثاني: حالات اللاخطية للانحدار البسيط.
- 48.....أولاً: تشخيص خطية أو لا خطية النموذج.
- 49.....ثانياً: التحويل من اللاخطية إلى الخطية لمعادلات الانحدار.
- 54.....الفصل الثاني: نموذج السلاسل الزمنية.
- 55.....المبحث الأول: مفاهيم عامة حول السلاسل الزمنية.
- 55.....المطلب الأول: ماهية السلسلة الزمنية والعناصر المكونة لها.
- 55.....أولاً: ماهية السلسلة الزمنية.
- 56.....ثانياً: العناصر المكونة للسلسلة الزمنية.
- المطلب الثاني: الشكل النموذجي العام، وطرق اكتشاف وتحديد مركبات السلسلة الزمنية.
- 64.....الزمنية.
- 64.....أولاً: الشكل النموذجي العام للسلسلة الزمنية.
- 66.....ثانياً: طرق تحديد واكتشاف مركبات السلسلة الزمنية.
- 73.....المبحث الثاني: : التنبؤ بنماذج الاستقطاب.
- 73.....المطلب الأول: التنبؤ بنماذج الاتجاه العام:.
- 73.....أولاً: تقدير معالم نموذج الاتجاه العام.
- 75.....ثانياً: تحديد نموذج الاتجاه العام في حالة التوجهات غير الخطية.
- 78.....ثالثاً: مدى صلاحية النموذج ومجال الثقة للتنبؤ.
- 80.....المطلب الثاني: التنبؤ بالنماذج الخاضعة للتغيرات الموسمية.
- أولاً: تقدير معالم النموذج التجميعي باستعمال طريقة جدول "Buys"
- 80..... "Ballot"
- 81.....ثانياً: البحث عن علاقات المعالم.
- 90.....الفصل الثالث: المفاضلة بين النموذج في التنبؤ بحجم المبيعات.
- 90.....المبحث الأول: الاختبارات الإحصائية حول معنوية معالم النموذج.
- 90.....المطلب الأول: الاختبارات الإحصائية وجودة التوفيق.
- 90.....أولاً: الاختبارات الإحصائية.
- 93.....ثانياً: اختبار جودة التوفيق بواسطة معامل التحديد R^2 .
- 94.....المطلب الثاني: المعاينة الإحصائية لمعلم النموذج واختبار الفرضيات.

- 94.....أولا: المعاينة الإحصائية لمعالم النموذج وفترات الثقة.
- 97.....ثانيا: اختبار الفرضيات حول معالم النموذج.
- 109.....المبحث الثاني: المعايير المختلفة للمفاضلة بين النموذجين وفقا للتنبؤات.
- 109.....المطلب الأول: الاختبارات الإحصائية للحكم على النموذج في التنبؤ.
- 109.....أولا: بناء نموذج الانحدار البسيط و استخدامه في التنبؤ.
- 111.....ثانيا: التنبؤ باستخدام نموذج السلاسل الزمنية.
- 113.....ثالثا: المفاضلة بين النموذجين وفقا للحكم على التنبؤات.
- 114.....المطلب الثاني: المفاضلة بين النموذجين على أساس قاعدة "Theil".
- 114.....أولا: مضمون قاعدة "Theil".
- 114.....ثانيا: الاختيار بين النموذجين وفقا لقاعدة "Theil".
- 117.....المطلب الثالث: المفاضلة بين النموذجين وفقا لاختبارات دقة النتائج التنبؤية.
- 117.....أولا: المؤشرات التامة (المطلقة):.
- 118.....ثانيا: المؤشرات النسبية:.

القسم الثاني : الجانب التطبيقي

الفصل الرابع: المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات مؤسسة مطاحن

- 121.....الحضنة-المسييلة.....
- 122.....المبحث الأول: تعريف المؤسسة محل الدراسة.....
- 122.....المطلب الأول: نشأة المؤسسة الأم.....
- 123.....المطلب الثاني: التعريف بالشركة التابعة مؤسسة مطاحن الحضنة - المسييلة -
- 123.....أولا : تاريخ المؤسسة
- 123.....ثانيا : مراحل العملية الإنتاجية
- 125.....ثالثا : الهيكل التنظيمي للمؤسسة
- 128.....المطلب الثالث: دراسة مبيعات المؤسسة.....
- 128.....أولا : تحديد أهم المنتجات المباعة في المؤسسة.....
- 128.....ثانيا : طرق التقدير المتبعة في التنبؤ بحجم المبيعات في المؤسسة.....
- 129.....المبحث الثاني: المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات المؤسسة.....
- 129.....المطلب الأول: تحديد المتغيرات و المعطيات المستخدمة.....
- 129.....أولا : تحديد متغيرات النموذجين.....
- 129.....ثانيا : تحديد المعطيات المستخدمة.....
- 131.....المطلب الثاني: بناء النموذجين والمفاضلة بينهما في التنبؤ بحجم المبيعات.....

132.....	أولاً: نموذج الانحدار البسيط.....
141.....	ثانياً: نموذج السلسلة الزمنية.....
154.....	ثالثاً: المفاضلة بين النموذجين.....
160.....	خاتمة.....
160.....	النتائج.....
162.....	الاقتراحات.....
165.....	الملاحق.....
185.....	قائمة الجداول.....
186.....	قائمة الأشكال.....
187.....	قائمة الملاحق.....
189.....	المراجع.....
195.....	الفهرس.....

- فهرس الجداول :

الصفحة	عنوان الجدول	الجدول
37	درجات الارتباط	01
41	جدول خاص بمعطيات المثال	02
49	أشكال بعض الدوال غير الخطية و تحويلاتها	03
68	جدول خاص بمعطيات المثال	04
69	جدول خاص بمعطيات المثال	05
71	جدول خاص بمعطيات المثال	06
74	جدول خاص بمعطيات المثال	07
83	جدول خاص بمعطيات المثال	08
105	الاختبارات الفردية لمعاملات نموذج الانحدار	09
105	قواعد القرار لاختبار المعنوية باستخدام (t)	10
108	جدول تحليل التباين للانحدار البسيط	11
111	بجاء التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لنموذج الانحدار البسيط وفقا للتوزيع الطبيعي	12
112	بجاء التنبؤ للقيمة المتنبأ لنموذج السلسلة الزمنية بها وفقا للتوزيع الطبيعي	13
130	مبيعات مؤسسة مطاحن الحضنة ومصاريف الإشهار لسنتي: 2004 و 2005	14
137	تحليل التباين لنموذج الانحدار البسيط	15
138	مجالات القيمة المتنبأ بها وفقا لاحتمالات التوزيع الطبيعي (Z)	16
142	استخراج رتب أشهر السلسلة الزمنية للمبيعات	17
143	فروقات قيم الأشهر حول المتوسط الحسابي لها لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات	18
144	الانحرافات المعيارية للأشهر بالنسبة لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات	19
144	العمليات الحسابية لحساب ميل الانحدار لتحديد شكل نموذجي للسلسلة الزمنية للمبيعات	20
150	جدول تحليل التباين لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات	21
152	مجالات التنبؤ للقيمة المتنبأ بها وفقا للتوزيع الطبيعي (Z)	22
154	ملخص لمختلف نتائج الاختبارات الإحصائية وجودة التوفيق لكلى النموذجين	23
157	ملخص لمختلف معايير دقة القياس لكلى النموذجين	24

- قائمة الأشكال :

الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
11	التنبؤ بالمبيعات والطلب على المبيعات	01
14	خطوات عملية التنبؤ	02
16	العلاقة بين التنبؤ والميزانيات التقديرية	03
23	مكونات انحرافات الانحدار الخطي	04
26	التوزيع الطبيعي للمتغير العشوائي	05
30	حالة مقدر متحيز	06
30	حالة مقدر غير متحيز	07
32	المقدر الكفاء	08
33	حالة الميل \hat{b} غير متحيز	09
33	حالة الميل \hat{b} متحيز لكن متنسق	10
35	تباين \hat{b} أصغر من تباين \hat{b}	11
37	ترجمة معامل الارتباط بيانيا	12
38	قوة وتجاه العلاقة التي يصفها الارتباط	13
48	تمثيل البواقي (\hat{e}_i) مقابل (\hat{y}_i) (المقدرة)	14
57	خط الاتجاه العام لبيانات (مبيعات) فعلية	15
58	نموذج للتغير الموسمي (الفصلي)	16
59	نموذج للتغيرات الدورية	17
60	نموذج لخط الاتجاه العام	18
61	نموذج لخط الاتجاه العام والعامل الدوري	19
61	نموذج لخط الاتجاه العام والعامل الدوري والعامل الموسمي	20
62	نموذج للتغيرات غير المنتظمة	21
63	نموذج لعناصر السلسلة الزمنية	22
64	الصيغة التجميعية لعناصر السلسلة الزمنية	23
65	الصيغة الجدائية لعناصر السلسلة الزمنية	24
91	منطقة الرفض والقبول لقيم Z الحرجة	25
92	منطقة الرفض والقبول لقيم t الحرجة	26

99	قبول أو رفض فرضية العدم H_0 وفقا لإحصائية Z	27
102	قبول أو رفض فرضية العدم H_0 وفقا لإحصائية t	28
113	القيمة العظمى والقيمة الدنيا لمجال التنبؤ لـ \hat{Y}_{PR}	29
127	الهيكل التنظيمي لمؤسسة مطاحن الحضنة بالمسيلة	30
132	مبيعات مؤسسة مطاحن الحضنة وفقا لمصاريف الإشهار لسنتي: 2004 و 2005	31
139	مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المؤسسة وفقا لنموذج الانحدار البسيط باستعمال توزيع "ستودنت t " باحتمال 95%	32
141	حجم مبيعات مؤسسة مطاحن الحضنة لسنتي 2004 و 2005 بالأشهر	33
153	مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المؤسسة وفقا لنموذج السلسلة الزمنية باستعمال توزيع "ستودنت t " باحتمال 95%	34
155	مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المؤسسة وفقا لنموذج الانحدار البسيط و نموذج السلسلة الزمنية باستعمال توزيع "ستودنت t " باحتمال 95%	35

- فهرس الملاحق :

رقم الملحق	عنوان الملحق
01	جدول لمبيعات المنتجات الثلاثة : السميد ، الفرينة ، بقايا الطحن لسنة 2004 وفقا للأشهر
02	جدول لمبيعات المنتجات الثلاثة : السميد ، الفرينة ، بقايا الطحن لسنة 2005 وفقا للأشهر
03	جدول خاص بمصاريف الإشهار لسنتي : 2004 و 2005
04	جدول مختلف العمليات الحسابية لنموذج الانحدار البسيط
05	جدول تابع للجدول السابق
06	جدول تابع للجدول السابق
07	جدول للعمليات الحسابية الخاصة بنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات
08	جدول تابع للجدول السابق
09	جدول تابع للجدول السابق
10	جدول التوزيع الطبيعي
11	جدول توزيع "ستودنت"
12	جدول توزيع "كاي مربع"
13	جدول توزيع "فيشر"

مقدمة عامة:

1- الإشكالية:

يشهد العالم تحولات اقتصادية عميقة و سريعة ، فاققتصاد السوق و العولمة إلى جانب الانضمام الوشيك للجزائر إلى المنظمة العالمية للتجارة يفرضون على مجمل المؤسسات تحديات كبيرة للتأقلم مع هذه المستجدات ، و ذلك بالتخلي عن الأساليب القديمة لتسيير وإدارة مختلف الوظائف الإدارية و البحث عن الوسائل الكفيلة لمواجهة ذلك بأساليب عصرية تنصب على دعم الإصلاحات الاقتصادية ، حيث أن عملية إنعاش الاقتصاد الوطني تفرض تحديث طرق الإدارة بالشكل الذي يعمل على تأهيل المؤسسات وجعلها قادرة على المنافسة ، خاصة وأن الجزائر في المرحلة الأولى من دخولها في شراكة مع الإتحاد الأوربي، وذلك بتطبيق آليات وأنماط تسيير ناجحة مستفيدين من تجارب الدول المتقدمة .

إذ أن عملية تحديث طرق التسيير تهدف أساسا إلى التحكم في اختيار أفضل أدوات التسيير من أجل تحقيق أهداف المؤسسة الاقتصادية مثل تحقيق الربح، التوازن و البقاء، وبقاء أي مؤسسة واستمرارها مرهون بكفاءة أداء مختلف إدارتها بما في ذلك الأداء الجيد لوظيفة إدارة المبيعات خاصة (حيث تمثل الأرباح وهي أهم العناصر المالية للمؤسسة مثلا هامشا من المبيعات) ، هذه الأخير الذي تطور مفهومها خلال العقدتين الأخيرين تطورا ملحوظا، و لقد كان هذا التطور من المستلزمات الضرورية للتغلب على التحديات المتزايدة التي تواجه المؤسسات، فلقد تميز هذان العقدان بازدياد شدة المنافسة، وكذا بالتقدم التكنولوجي الهائل خاصة في مجال تكنولوجيا الإنتاج و المعلومات، وأضحى النمو الاقتصادي و بقاء المؤسسة ذاتها في الميدان يتوقفان إلى حد كبير على كفاءة أداء وظائفها الإدارية عموما وإدارة المبيعات خصوصا بما يسمح بمواجهة تلك التحديات.

وكما أنه مما لا يخفى على كثير من المسيرين أو رجال الإدارة أن المبيعات تمثل واجهة المؤسسة في السوق أو هي أهم مخرجات المؤسسة كنظام جزئي من المحيط الذي يمثل نظام كلي، أو أن المبيعات هي ما تعرف به المؤسسة في محيطها ككل ، هذا من جهة ومن جهة أخرى فان نشاط الوظائف الأخرى يبقى عموما في تبعية لنشاط إدارة المبيعات ، فتحديد حجم المبيعات يليه تحديد حجم الإنتاج وتحديد حجم التموينات بالمواد التي تستخدم في الإنتاج وكذا ما يحتاجه من يد عاملة و طاقة ومصاريف أخرى، ويتبع هذا كله تحديد حجم ما تحتاجه هذه العملية ككل من تدفقات نقدية ، إذن نشاط إدارة المبيعات نشاط أساسي في مقدمة مختلف الأنشطة الأخرى، لذا فالتحديد الجيد لحجم المبيعات عن طريق التنبؤ (التقدير) الجيد سينجر عنه التقدير الجيد لأنشطة (أو متطلبات) الوظائف الأخرى.

ومن اجل التسيير الأمثل لمختلف وظائفها الإدارية تسعى المؤسسة لإتباع أحدث الأساليب العلمية في التسيير نظرا لما لهاته الأساليب من إيجابيات تجعل من العملية التسييرية عملا سهلا الأداء، ولما تظهره من كفاءة

في معالجتها لمختلف المشاكل التي تعترض عمل هاته الوظائف وبتنتاج جد مرضية في مختلف المستويات الإدارية.

لذا كان من أولوية الأولويات أن تكون هناك أساليب علمية حديثة تستخدم في إدارة المبيعات أو بالأخص في تقدير حجم المبيعات وما يتبعه من تقدير جيد لأنشطة (أو متطلبات) باقي الوظائف، فمن الناحية العلمية والعملية يتاح لإدارة المبيعات العديد من الطرق أو النماذج الإحصائية المساعدة في التنبؤ بحجم المبيعات، ومن أكثر هذه الطرق أو النماذج استعمالا وشيوعا نماذج الانحدار التي تعتبر أن المبيعات دالة في متغير مستقل كمصاريف النقل أو تكاليف التوزيع كمثل، و أيضا نجد نماذج السلاسل الزمنية التي تعتبر أن المبيعات دالة في الزمن، ولكلي النموذجين فرضياته التي يقوم عليها وكذا المبررات التي تستدعي استخدامه والظروف التي تسمح باستخدامه، وهنا تبرز الإشكالية التي يمكن ترجمتها على النحو التالي:

- من بين النموذجين (نموذج الانحدار البسيط، نموذج السلاسل الزمنية) أيهما يعطي تنبؤ (تقدير) أفضل لحجم المبيعات للفترة اللاحقة (أي أيهما يمكن الاعتماد عليه للتنبؤ بحجم المبيعات للفترة اللاحقة).
- وانطلاقا من هذا فان إشكالية البحث تتمحور حول التساؤلات التالية:
- ما مدى فاعلية كل نموذج في التنبؤ بحجم المبيعات للفترة اللاحقة.
- من بين النموذجين ما هو النموذج المناسب لعملية تقدير حجم مبيعات المؤسسة (والأكثر ملاءمة لظروف المؤسسة والغرض من التنبؤ).
- هل تتأثر هذه النماذج أو الطرق بعوامل تؤدي إلى تناقص أو الحد من فاعليتها في عملية التنبؤ بحجم المبيعات.
- ما مدى تأثير جودة النموذج (من الناحية الإحصائية) على عملية التنبؤ بحجم المبيعات .

2/- الفرضيات:

- على ضوء العرض السابق لإشكالية البحث يمكن طرح الفرضية الأساسية التالية، واختبار مدى صحتها:
- أفضلية (أو كفاءة) النموذج المستخدم في التنبؤ بحجم المبيعات تتوقف على مجموعة من الاعتبارات الإحصائية (كجودة النموذج، المعنوية الإحصائية، دقة القياس، ...). لا على طبيعة النموذج في حد ذاته.
- وانطلاقا من هاته الفرضية الأساسية يمكن صياغة الفرضيات الفرعية التالية:
- عند إعداد أي نموذج لتقدير حجم المبيعات يجب الأخذ بعين الاعتبار عوامل تتعلق بالمبيعات (المنتج) في حد ذاتها.
- التنبؤات المثلى تأتي من نماذج تأخذ عدة اعتبارات إحصائية في الحسبان حيث أن هذه النماذج الإحصائية الكفاءة المستخدمة في التنبؤ بحجم المبيعات يمكن أيضا أن تفسر سلوك المبيعات بشكل يسمح بدراستها لأغراض اقتصادية.

3- أهمية الدراسة:

تكمن أهمية الدراسة في النقاط التالية:

أ- توضيح مبررات ودواعي استخدام كلى النموذجين وفقا لما يتماشى مع الغرض من التقدير والهدف من التنبؤ.

ب- تحديد أي نموذج يشتمل على تحليل أدق وكفاءة أعلى في التنبؤ بحجم المبيعات حتى على المدى البعيد نسبيا مما يساعد في التخطيط على المدى البعيد (بما في ذلك التخطيط الاستراتيجي) لأنشطة المؤسسة.

ج- بما أن موازنة المبيعات تعتبر الموازنة الأساسية والتي على أساسها تبني باقي الموازنات الأخرى كالإنتاج التموين والتمويل وغيرها وبما أن تقدير المبيعات يعتبر أحد الأسس المكونة لموازنة المبيعات كان من الأهمية بمكان الاهتمام بتحديد نموذج إحصائي ذو نتائج جيدة في التنبؤ الذي هو أهم جزء في موازنة المبيعات.

د- العمل على تقليل أخطاء التقدير لحجم المبيعات والوصول بالانحراف بين الإنجازات والتقديرات إلى أدنى المستويات من خلال استخدام نموذج (الأفضل) من بين النموذجين.

4- أسباب اختيار الموضوع:

هناك عدة أسباب ودوافع أدت إلى اختيار الموضوع من أبرزها :

أ- المشاكل التي تواجه كثير ممن يديرون المبيعات من صعوبات في التنبؤ نظرا لكثرة عدد المتغيرات أو نظرا لصعوبة التحديد بدقة مدى تأثير هاته المتغيرات على حجم المبيعات مما يصعب عملية نمذجتها.

ب- بوجود شيء من الإهمال لعملية التنبؤ في كثير من المؤسسات واعتماد مسيرتها على الخبرة الشخصية أو الحنكة في التخمين (والتي قد تحتاج لوقت) عند التنبؤ بحجم المبيعات مع شيء من الجهل بالوسائل الإحصائية والتي يمكن أن تعطي نتائج أدق وأفضل (وفي وقت اقل في اغلب الأحيان).

ج- محاولة توضيح دواعي استخدام كل نموذج نظرا لاعتماد كثير ممن يقومون بالتنبؤ بحجم المبيعات على أحد النموذجين دون أي مبررات لذلك مما قد يعطي تقديرات غير منصفة كنتيجة لعدم الاكتراث لمبررات ودواعي استخدام النموذج .

د- محاولة الربط بين ما يحدث في واقع المؤسسات الجزائرية والجانب النظري للموضوع.

5- أهداف البحث:

- الغرض من البحث لا يعدوا عن كونه تجسيدا للأهداف التالية:
- أ- محاولة إيضاح وتفسير النماذج والأساليب الكمية الفعالة في تسيير وإدارة المبيعات انطلاقا من التنبؤ والذي يعتبر أول خطوة لأي وظيفة إدارية خاصة إدارة المبيعات .
- ب- تحسين تقديرات المبيعات من خلال تحديد النموذج المناسب للتقدير مما يضمن الابتعاد عن الأخطاء في تقدير حجم المباع وما يأتي من وراءه من تقدير وتسيير جيد لباقي الوظائف الأخرى التي تمثل المبيعات مؤشرا هاما تتبع له .
- ج- المساعدة على رفع أداء أو كفاءة التسيير الموازي للمبيعات ووظيفة الرقابة عليها (الرقابة القبليّة أو البعدية) نظرا لأن أهم نشاط لوظيفة إدارة المبيعات يتمثل في تقدير حجم المبيعات، وذلك من خلال استخدام النموذج الموافق .

6/ صعوبات البحث :

لا تكاد تذكر أية صعوبة واجهت في إعداد هذا البحث غير أن ما يمكن ذكره من صعوبة فيتمثل في عدم وجود دراسات سابقة تناولت هذا النوع من الدراسات بشكل معمق حيث نجد بعض الدراسات التي استخدمت نماذج ARIMA في التنبؤ فمثلا نذكر Shin Deng and Bun Lieu للتنبؤ باستقرارية دالة الطلب على النقود ، ودراسة Janis Mc ,Mc Donald and Roy Nelson والتي تناولت مقارنة التنبؤ بالسلاسل الزمنية باستخدام نماذج ARIMA ونماذج الشبكات العصبية neural net work التي حاول القيام من خلالها بعملية المقارنة ، وأيضا دراسة Jeffery Wagner والتي قدم فيها أفضل مستوى للاستثمار العام ، فمختلف هذه الدراسات تتعلق بنموذج السلسلة الزمنية دون أن نحصى أية مفاضلة أو مقارنة للنماذج الانحدارية فيما بينها أو بين النماذج الانحدارية ونموذج السلسلة الزمنية مما أدى إلى اعتبار هذا الصعوبة الوحيدة في البحث.

7/ المنهج المستخدم :

للإجابة على إشكالية البحث ومحاولة اختبار مدى صحة الفرضيات التي تقوم عليها الدراسة تم الاعتماد على المنهج الوصفي التحليلي في ما يتعلق بالجانب النظري للموضوع ، نظرا لأنه يتوافق مع مقام تقرير الحقائق وفهم مكونات الموضوع وإخضاعه للدراسة الدقيقة وتحليل أبعاده بشكل من التوضيح والتفسير.

أما فيما يتعلق بالجانب التطبيقي (الميداني) من الدراسة تم الاعتماد على منهج دراسة الحالة ، من أجل إسقاط الدراسة على الواقع العملي للمؤسسات الجزائرية، حيث تم اختيار مؤسسة مطاحن الحضنة بالمسيلة التابعة لشركة رياض سطيف كنموذج لتطبيق ما تم تناوله في الجانب النظري للموضوع على أرض الواقع، باعتبارها أحد المؤسسات الإنتاجية الهامة التي تسعى من أجل تحسين آليات تسييرها خاصة وأن المؤسسة الأم

تعد أول مؤسسة عمومية فتحت رأس مالها للمساهمة بنسبة 20%، ودخلت البورصة وهذا دليل على رغبتها في التعجيل بتحديث طرق التسيير و مواكبة ركب التطور الإداري الحديث.

لقد تم تقسيم الجانب النظري إلى ثلاثة فصول:

الفصل الأول: التنبؤ و نموذج الانحدار البسيط وتم تقسيمه إلى ثلاث مباحث:

المبحث الأول تم تخصيصه لعرض مفاهيم أساسية حول التنبؤ و التنبؤ بحجم المبيعات و النماذج التنبؤية حيث يتناول مدخل للتنبؤ ، التنبؤ بحجم المبيعات و ماهية النموذج ومراحل بناءه ، بينما المبحث الثاني تم التطرق فيه إلى مفاهيم عامة حول نموذج الانحدار البسيط ، في حين تناول المبحث الثالث تحليل الانحدار البسيط.

الفصل الثاني والذي خصص لنموذج السلاسل الزمنية تم تقسيمه إلى مبحثين :

المبحث الأول تم تناول فيه مفاهيم عامة حول السلاسل الزمنية ، أما المبحث الثاني تم التطرق فيه إلى التنبؤ بنماذج الاستقطاب .

الفصل الثالث والذي خصص للمفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم المبيعات تم تقسيمه إلى مبحثين:

المبحث الأول تم التطرق فيه إلى مختلف الاختبارات الإحصائية حول معنوية معالم النموذج أما المبحث الثاني فقد خصص لعرض المعايير المختلفة للمفاضلة بين النموذجين وفقا للتنبؤات .

أما الجانب الميداني فاحتوى على فصل واحد و هو الفصل الرابع وقد خصص للمفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات مؤسسة مطاحن الحضنة بالمسيلة وتم تقسيمه إلى مبحثين:

المبحث الأول خصص للتعريف بالمؤسسة محل الدراسة في حين أن المبحث الثاني تناول المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات المؤسسة محاولة لتطبيق مختلف ما تم تناوله في الجانب النظري للمبحث.

الفصل الأول: التنبؤ و نموذج الانحدار البسيط.

يعد التخطيط الوظيفية الإدارية التي تسبق ما قبلها من الوظائف الإدارية ، والذي يكون كمحاولة للتنبؤ بما سيكون عليه المستقبل ومحاولة الاحتياط له درءا لعواقب الأزمات الناجمة عن عدم التخطيط وعدم الاحتياط، كما أن التنبؤ يعد أحد عناصر عملية التخطيط إذ لا يمكن بناء خطة بدون تقديرات كميانات معدة مسبقا تساعد في الإعداد المحكم للخطة، وبما أن أهم نشاط تعرف به المؤسسة أو يمثل واجهة المؤسسة في محيطها هو مبيعاتها أو ما توجد به في السوق، فبات من الأمور المهمة أن تعد تقديرات لمبيعاتها والتي على أساسها توضع باقي تقديرات الوظائف الأخرى من إنتاج وتموين وأفراد... الخ، في هذا الفصل نحاول في البداية توضيح مفاهيم حول التنبؤ بشكل عام بما في ذلك التنبؤ بحجم المبيعات ، وقبل الدخول في فكرة الانحدار نحاول التعرض لماهية النموذج في حد ذاته ، ثم نحاول الغوص في تحليل نموذج الانحدار البسيط.

إذ يعتبر الانحدار أحد الأساليب الإحصائية التي تستخدم في قياس العلاقات الاقتصادية ، حيث يختص بقياس العلاقة بين ما يسمى بالمتغير التابع و متغير آخر أو مجموعة من المتغيرات تسمى بالمتغيرات المستقلة أو التفسيرية ، حيث تنقسم نماذج الانحدار إلى عدة أنواع ، فهناك الانحدار الخطي و الانحدار غير الخطي هذا من ناحية الخطية ، والانحدار البسيط والانحدار المتعدد هذا من ناحية عدد المتغيرات المأخوذة في النموذج كمتغيرات مستقلة.

من خلال هذا الفصل سنحاول التطرق فقط إلى نموذج الانحدار البسيط (خطي أو غير خطي) الذي يتكون من متغير واحد مستقل ومتغير تابع ، وهذا مراعاة لغرض الموضوع حيث نحتاج لنموذج الانحدار في شكله البسيط أي له بعدان فقط (المبيعات و المتغير المستقل) ، كون أن النموذج الآخر الذي نريد المفاضلة معه له بعدان فقط (المبيعات و الزمن) .

المبحث الأول: مدخل للتنبؤ و التنبؤ بحجم المبيعات و النماذج التنبؤية

المطلب الأول: مدخل للتنبؤ

أولاً - مفهوم و مستويات التنبؤ:

1 - مفهوم التنبؤ:

صيغت عدة مفاهيم للتنبؤ من طرف العديد من المفكرين الاقتصاديين ومن ضمن تلك التعاريف نذكر ما يلي: تعريف أول: التنبؤ هو انتقال من حالة عدم التأكد إلى حالة التأكد من شيء إلى حالة احتمالات محسوبة لأشياء متوقعة باستخدام ما لدى الإنسان من علم و منطق و قدرة على البحث و التحليل و استخلاص النتائج⁽¹⁾.

تعريف ثاني: يمثل التنبؤ توقع أحداث المستقبل كأن تنبأ بكمية الإنتاج الصناعي للعام القادم مثلاً، وعملية التنبؤ تشمل دراسات إحصائية و كمية للفترات الماضية، و كذلك دراسة الاتجاهات في المستقبل وعلى أساس هذه الدراسات نتوصل إلى وضع افتراضات للفترة المستقبلية.⁽²⁾

تعريف ثالث: التنبؤ هو عملية عرض حالي لمعلومات مستقبلية باستخدام معلومات تاريخية بعد دراسة سلوكها في الماضي.⁽³⁾

تعريف رابع: التنبؤ يساعد المدير في اتخاذ القرار حيث يصور له ما يمكن أن يكون عليه الحال في المستقبل في حال اتخاذ قرار في الحاضر.⁽⁴⁾

تعريف خامس: التنبؤ نقطة أساسية و ضرورية لجميع وسائل التسيير لأنه يمثل قراءة لما سيكون عليه المستقبل.⁽⁵⁾

تعريف سادس: التنبؤ عنصر مهم لجميع إجراءات التسيير إذ يمثل حكم على ما يتوقع أن يحصل داخل أو خارج المؤسسة، و محاولة تحديد ما سيكون عليه جميع العناصر المؤثرة في أداء المؤسسة.⁽⁶⁾

2- مستويات التنبؤ :

إن الفترة التي يغطيها التنبؤ وكذا المجال الذي يطبق فيه التنبؤ يمثلان أساساً لتحديد تقسيمات أو مستويات التنبؤ، فمن حيث الفترة التي يغطيها يمكن تقسيم التنبؤ إلى قصير متوسط وطويل المدى، أما من حيث مجال التطبيق (موضوع أو مجال التنبؤ) فيمكن تقسيمه إلى تنبؤ بالمناخ الاقتصادي، تنبؤ بالمناخ العام للصناعة و التنبؤ بالمبيعات أو بحصة المبيعات التسويقية.

(1) صلاح الشنواني، التنظيم و الإدارة في قطاع الأعمال، مركز الإسكندرية للكتاب، الإسكندرية، مصر، 1999، ص 391 .

(2) فركوس محمد، الموازنات التقديرية، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 1995، ص 11.

(3) مولود حشمان، نماذج وتقنيات التقدير قصير المدى، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2002، ص 177.

(4) حنا نصر الله وآخرون، مبادئ في العلوم الإدارية، دار زهران، الأردن، 1998، ص 182.

(5) Thierry Cuyabere, Jacques Muller, control de gestion, la villeguerin éditions, Paris, 1991, p31.

(6) Jean Pierre Védriens, technique quantitative de gestion, librairie vuibert, Paris, 1985, p15.

أ- من حيث الفترة التي يغطيها التنبؤ:

١- التنبؤ قصير المدى:

يغطي هذا النوع من التنبؤات فترة زمنية أقل من ثلاثة أشهر ، كما له نتائج عالية الدقة و بعيدة عن الاحتمال كون أن التغيير في الظروف المؤثرة في الأجل القصير يكون أقل منه في الأجل الطويل، كما أن الأحداث المتوقع أن تحدث في القريب العاجل يمكن توقعها بسهولة نسبية عن تلك التي سوف تحدث في المستقبل البعيد، وكمثال على ذلك حالة الطقس مثلا. (1)

وتمتد الفترة الزمنية التي يغطيها هذا الشكل (النوع) حتى السنة، لكن بشكل عام فإن الفترة الزمنية التي يغطيها التنبؤ قصير المدى هي عادة ثلاثة أشهر، ويتميز بنتائجه السريعة والأكثر دقة في نفس الوقت، لذا نجده واسع الانتشار أكثر من غيره في أغلب المؤسسات، فالعوامل التي تؤثر على الطلب تتغير يوميا، لذلك كلما امتدت عملية التنبؤ لتغطي فترة أطول كلما قلت الدقة والتحكم أكثر، ويستعمل التنبؤ قصير الأجل لعدة أغراض كتخطيط عمليات الشراء، مستويات الإنتاج وحجم الأعمال.

٢- التنبؤ متوسط المدى:

يغطي هذا النوع من التنبؤات فترة زمنية تتراوح من ثلاثة أشهر إلى ثلاثة سنوات وهذا النوع ذو فائدة كبيرة بالنسبة لمشاكل معينة مثل إمكانية التوسع في صناعة معينة، يستخدم لأغراض تخطيط المبيعات تخطيط الإنتاج، الموازنات النقدية وتحليل مختلف الخطط التشغيلية.

٣- التنبؤ طويل المدى:

عادة ما يكون لفترة أكثر من خمس سنوات، ويستخدم في التخطيط للمنتجات الجديدة وتقدير المصاريف الرأسمالية، وكذا اختيار الموقع، وكذلك ميدان البحث والتطوير، وهذا النوع من التنبؤ ليس واسع الاستعمال عكس الأنواع الأخرى.

ب- من حيث مجال التطبيق:

يحتاج التنبؤ عموما تقدير متغيرات أساسية هي: المناخ الدولي، المناخ المحلي، ظروف الصناعة والظروف المتعلقة بالمنشأة نفسها، وعادة لا يخضع المتغير الأول لتحكم إدارة المنشأة، كما أن مدى إخضاع الثلاث متغيرات الأخرى لتحكم المنشأة يتوقف على حجمها وقدراتها أو مركزها التنافسي.

وتقسم العوامل التي تسعى الإدارة إلى التنبؤ بها وفقا لنشأتها إلى عوا مل داخلية وأخرى خارجية، فبالنسبة للعوامل الداخلية يسهل على الإدارة التعرف عليها، وما يترتب بالنسبة لها من آثار، وبذلك يتم التنبؤ بالطاقة البشرية والآلية، والطاقات المادية المتاحة للمنشأة، والإمكانات ومدى قدرتها علي التطوير في المستقبل، أما العوامل الخارجية فهي تلك العوامل المتأتية من خارج المنشأة، وتنقسم إلى:

١- عوامل لا يمكن التنبؤ بها: وبالتالي لا يمكن تحديد ما يقابلها من سياسات وذلك مثل الحروب والكوارث الطبيعية والأوبئة.

(1) محمد صالح الحناوي، محمد توفيق ماضي، بحوث العمليات في تخطيط ومراقبة الإنتاج، الدار الجامعية، مصر، 2001، ص5.

٢- عوامل يمكن التنبؤ بها: وهي العوامل المتعلقة بحركة السوق المحلي والخارجي والعوامل المتحركة فيه، ومن هذه العوامل ما لا تملك المنشأة السيطرة عليها، لذلك تتنبأ بها وتسعى إلى التكيف معها ومن أمثلة ذلك التغيرات الاقتصادية المستقبلية وتقلبات الأسعار.

وينقسم نشاط التنبؤ إلى ثلاثة مستويات أولها التنبؤ بالطاقة الاستيعابية للسوق ككل والتي يوفرها المناخ الاقتصادي العام لكل العاملين في الصناعة، ثم التنبؤ بحجم مبيعات الصناعة، يليها التنبؤ بحجم مبيعات المنشأة المرتقبة.

ويمكن عرض العناصر التي يحتاج التنبؤ عموماً لتقديرها كما يلي:

1- التنبؤ بالمناخ الاقتصادي العام:

تختلف الكثير من القرارات الإدارية وفقاً للكثير من المؤثرات الاقتصادية العامة، وخاصة التخطيط للنمو والتوسع المستقبلي، وذلك مثل الخطط المتعلقة بشراء وتوفير المعدات الرأسمالية ومستويات الإنتاج والتخزين وبرامج التمويل وتصميم المنتجات والاستثمارات... الخ.

وفي مقدمة العوامل المؤثرة التي يجري التنبؤ بها وتحديد ها العوامل البيئية وخاصة السياسات الحكومية واتجاهات السكان واتجاهات النشاط الاقتصادي والاجتماعي، هذا فضلاً عن إمكانيات التكنولوجيا المستقبلية ودورها بالنسبة للمنشأة، إذ كلما تغيرت هذه الظروف كلما أثرت في زيادة أو نقص حجم النشاط الذي تتعامل فيه الصناعة ككل.

2- التنبؤ بالمناخ العام للصناعة:

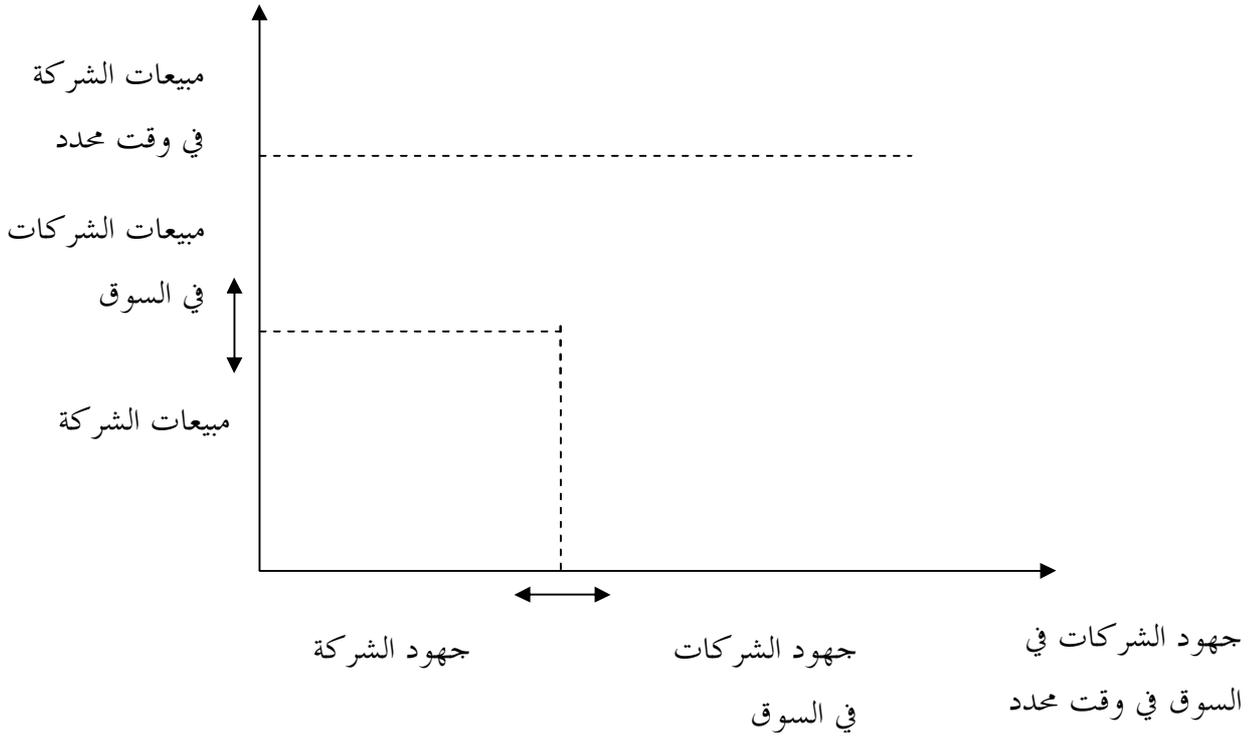
بعد الحصول على معلومات عامة عن المناخ الاقتصادي يسعى المديرون إلى جمع المعلومات من المناخ العام للصناعة التي تعمل فيها المنشأة من خلال التنبؤ بحجم ونوعية المنتجات من المنشآت المنافسة وكذا ما يستورد من الخارج ومدى ما يشكله من منافسة بالنسبة للمنشأة، هذا ويتم التنبؤ أيضاً بمستوى التكنولوجيا المتوقع في الصناعة، ومدى قدرة المنشأة على استخدام التكنولوجيا، وحتى نصل إلى التنبؤ بالسوق فإن إدارة التسويق تقوم بما يلي:

أ- تحديد أعلى مستوى ممكن من الطلب باعتباره يمثل الحد الأقصى لإمكانية السوق في ظل حدوث تغيرات معينة، وبحيث يكون القيام بأي جهود تسويقية جديدة ذات أثر ضعيف على زيادة الطلب.

ب- التنبؤ بالمستوى المتوقع لطلب الصناعة والذي يمكن الوصول إليه بجهود تسويقية معينة.

3- التنبؤ بالمبيعات أو بحصة المبيعات التسويقية:

التنبؤ بالمبيعات يعني التنبؤ بنصيب الشركة من السوق الكلية للصناعة، وهو عادة دالة لمجموعة من المتغيرات المحددة والمؤثرة التي تختلف من منشأة لأخرى، أما إمكانيات المبيعات فهي النسبة من السوق المحتملة التي تستطيع المؤسسة أن تصل إليها، وعادة ما تقوم المؤسسة بالتنبؤ بمبيعاتها في ضوء دراسة العوامل والمؤثرات الداخلية والخارجية وفقاً لطرق علمية محددة، وهذا ما يمكن توضيحه ببيانها كما يلي:



الشكل رقم (1): التنبؤ بالمبيعات والطلب على المبيعات.
المصدر: طلعت أسعد عبد الحميد، مرجع سابق، ص 242.

ثانيا - أهمية التنبؤ وخطواته:

1- أهمية التنبؤ :

المنشأة لا تعمل في ظروف ساكنة، ولو كان الأمر كذلك لأصبح التخطيط عملية سهلة، لذلك كان لابد من التنبؤ بالمستقبل.

من مزايا عملية القيام بتنبؤات أنها تدفع الإدارة إلى النظر إلى المستقبل، وبالتالي أخذ الاحتياطات له مما يجعل اندفاع المنشأة إلى الأمام أكثر ثباتاً وأمناً، كما تلقي التنبؤات الأضواء على الطريق الذي تسلكه المنشأة نحو تحقيق الأهداف، مما يساعد في وضع أسس أكثر فاعلية لعملية الرقابة.

ومن المزايا أيضاً أن التنبؤات تعمل على ترابط أجزاء المنشأة وتكاملها والتنسيق بينها، فالتنبؤات كجزء من عملية التخطيط تشمل جميع المستويات التنظيمية وتغطي جميع وظائف المنشأة، فهناك تنبؤات تزود أساساً للخطة العامة والرئيسية والفرعية والمساعدة، وهناك تنبؤات تعتمد عليها الخطط التسويقية والإنتاجية والمالية والشرائية وخطط العلاقات العامة.⁽¹⁾

تعتمد معظم القرارات الإدارية سواء بشكل مباشر أو بشكل غير مباشر على شكل أو آخر من أشكال التنبؤ بالمستقبل، فالتنبؤ يمثل همزة الوصل بين المشروع أو المنشأة والظروف الخارجية المحيطة.

(1) صلاح الشنواني، مرجع سابق، ص 392.

وبشكل خاص ذلك التنبؤ الذي يتعلق بالعوامل الموجودة خارج المشروع ولهذا تأثير على أعمال المشروع، فلا يستطيع المشروع مثلا تجاهل اتجاه سعر الفائدة في سوق المال، أو اتجاه عرض العملة سواء في المستقبل القريب أو البعيد، كما أنه وبالضرورة لا يمكن تجاهل الطلب على السلعة (أو مجموعة السلع) التي ينتجها أو الخدمة (أو مجموعة الخدمات) التي يقدمها.⁽¹⁾

بالإضافة إلى هذا فان هناك علاقة وطيدة بين التنبؤ والتخطيط حيث أن التخطيط يعتمد إلى حد كبير على التنبؤ، ذلك أن التخطيط يبدأ حيث ينتهي التنبؤ، فالتخطيط ينطوي على الاختيار بين البدائل المتاحة، ووظيفة التخطيط تهدف إلى تحقيق أهداف محددة لا يمكن أن تتحقق هذه الأهداف بدون التخطيط لها.⁽²⁾ من خلال ما سبق يمكن حصر أهمية التنبؤ في العناصر التالية:

أ- التنبؤ أساس للتخطيط.

ب- التنبؤ أساس القرار الإداري فهو يمثل همزة وصل بين المنشأة ومحيطها.

ج- يساعد التنبؤ على إيجاد الترابط والتكامل والتنسيق بين أجزاء المنشأة، فهو يشمل جميع المستويات التنظيمية ويغطي جميع الوظائف.

د- يساعد التنبؤ المنشأة على وضع أسس أكثر فاعلية في عملية الرقابة.

2- خطوات التنبؤ:

التنبؤ يكون وفقا لخطوات محددة متعارف عليها من شأنها أن تجعل هذا التنبؤ أقرب ما يكون إلى الصحة (أقرب إلى الفعلي) ويمكن أن نعرض خطوات التنبؤ تدريجيا كما يلي:⁽³⁾

أ- تحديد الغرض من القيام بالتنبؤ، وذلك لأن المعلومات الخاصة بالتنبؤ يستخدمها مديرو الوظائف المختلفة في مباشرتهم لوظائفهم، واتخاذهم لقراراتهم الإدارية.

فمثلا التنبؤ بالإيراد السنوي قد يكون مفيد لمدير إدارة الإنتاج والعمليات لاتخاذ القرارات المتعلقة بتحديد مستويات الإنتاج والاحتياجات من المواد والعمالة، لكن مدير إدارة الإنتاج والعمليات قد لا يستفيد من الرقم الإجمالي للتنبؤ مثل مدير التسويق ويحتاج إلى معلومات أكثر تفصيلا ليستطيع إعداد جداول الإنتاج التفصيلية بما يتفق مع احتياجات المستهلكين ولهذا لا بد لنظام المعلومات أن يوفر إمكانية تعديل أرقام التنبؤ والذي يمكن أن يتم في أي جزء من المنظمة ليفي باحتياجات المديرين لمختلف الوظائف.

ب- جمع البيانات التاريخية سواء عن الاتجاهات الاقتصادية من المستندات الحكومية أو سجلات الشركة، وفي حالة المنتجات الجديدة والتي لا تتوفر عنها البيانات الإحصائية التاريخية قد يكون من الضروري استخدام البيانات المتاحة عن منتجات مشابهة أو منافسة.

ج- عرض البيانات التاريخية على رسم بياني لتحديد مدى وجود نمط معين لاتجاه البيانات سواء أظهرت وجود دورة معينة للبيانات أو وجود بيانات باتجاهات موسمية تمكن من توقع البيانات في المستقبل ويجب

(1) محمد صالح الحناوي، محمد توفيق ماض، مرجع سابق، ص3.

(2) محمد فركوس، مرجع سابق، ص11.

(3) سونيا محمد البكري، إدارة الإنتاج والعمليات، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2001، صص67-70.

تخليص (تنقية) البيانات التاريخية من أي أحداث حدثت في الماضي وربما لا يتكرر حدوثها في المستقبل، فمثلاً قد تكون البيانات الماضية قد تأثرت بوقوع عطل في النظام الآلي ولكن تم إصلاح هذا العطل ولن يتكرر، وبالتالي يكون الصحيح التخلص من هذه البيانات المتعلقة بهذا الوقت، وينتج عن عرض البيانات التاريخية عبر فترة محددة فهم أحسن للسلوك السابق وتحسن التنبؤ.

د- اختيار نموذج للتنبؤ والذي قد يستخدم في المواقف الإدارية المختلفة وعلى مدير إدارة الإنتاج والعمليات تطبيق النموذج الذي يتماشى مع احتياجاته.

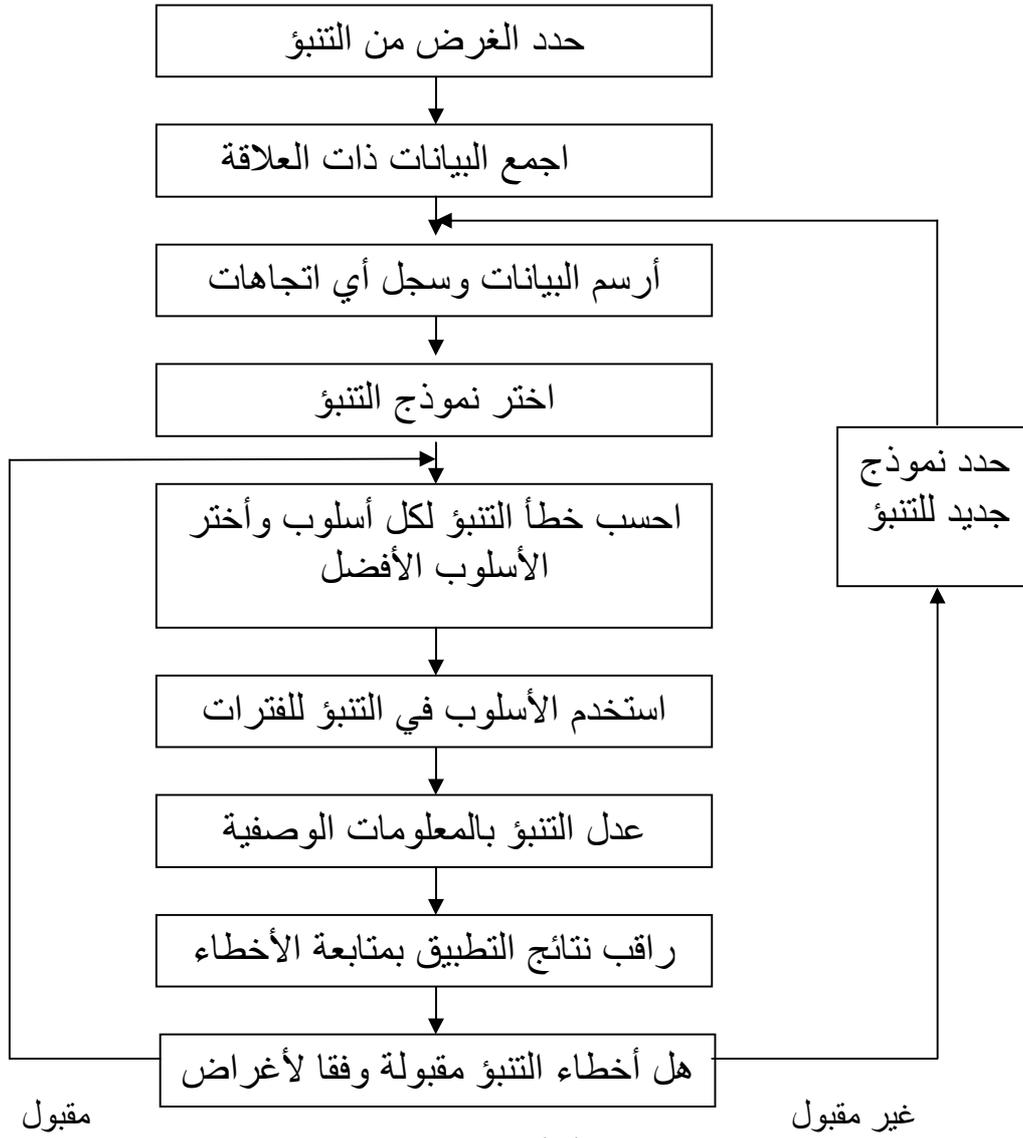
ه- يتم في هذه المرحلة إجراء التجارب التي تظهر مدى صحة الطرق التي استخدمت في التنبؤ بالقيم الحقيقية التي ظهرت خلال الفترة الماضية، وعادة ما يستخدم الأسلوب الذي يتيح أصغر متوسط للخطأ، ونستخدمه للتنبؤ في الفترة القادمة.

و- يتم فيها استخدام أسلوب التنبؤ بقيم المتغيرات التابعة إثر حدوثها خلال فترة التنبؤ ويلاحظ هنا استخدام الأساليب ممكن لإنشاء مستوى تحليل موثوق به.

ز- يتم فيها ادماج التأثير الخاص بالعوامل الداخلية الخارجية على النتائج التي يتم الحصول عليها باستخدام أسلوب معين للتنبؤ.

ح- يتم فيها متابعة نتائج تطبيق أسلوب التنبؤ عن طريق تسجيل الأداء الفعلي ومراقبة خطأ التنبؤ وعلى المدير أن يقرر على فترات ما إذا كانت عمليات التنبؤ الحالية تؤدي إلى تنبؤ مقبول، إذا كان الأمر كذلك فإن الأسلوب الذي تم اختياره يستمر في تطبيقه، أما في حالة عدم قبول مقدار الخطأ لتجاوزه ما هو مسموح به في هاته الحالة نحتاج إلى أسلوب تنبؤ جديد وهنا نعود إلى الخطوة الثالثة وهكذا تتكرر الدورة في كل مرة.

و الشكل أدناه يمثل مختلف الخطوات السابقة:



الشكل رقم: (2) خطوات عملية التنبؤ.

المصدر: سونيا محمد البكر، مرجع سابق، ص72.

المطلب الثاني: التنبؤ بحجم المبيعات

أولاً - ماهية التنبؤ بحجم المبيعات :

حاول العديد من مؤلفي الإدارة والاقتصاد إيجاد تعريف لمفهوم التنبؤ بحجم المبيعات ولعل من بين أبرز هاته المحاولات ما يمكن ذكره في:

تعريف أول: التنبؤ بحجم المبيعات يقصد به تقدير حجم المبيعات بوحدات نقدية أو مادية خلال فترة معينة مستقبلية، وتبعاً لخطة تسويقية موضوعة في مجموعة من الظروف الاقتصادية والاجتماعية، وغيرها من العوامل الخارجية عن أوضاع المؤسسة وظروفها والتي يجري التنبؤ بمبيعاتها.⁽¹⁾

(1) محمد عبد الوهاب أحمد العزاوي، أساليب بحوث العمليات، بدون دار النشر، بغداد، 1984، ص23.

تعريف ثاني: يقصد بتقدير حجم مبيعات المؤسسة تقدير الأصناف والكميات المختلفة التي ترغب وتقدر المؤسسة على إتاحتها للبيع خلال عدد معين من السنوات.(2)

تعريف ثالث: التنبؤ بحجم الطلب هو تقدير حجم وتوقيت الطلب الكلي على منتجات المنظمة على مدى فترات زمنية قادمة.(3)

تعريف رابع: التنبؤ بحجم المبيعات هو عبارة عن تغطية واستيفاء لمجموع دراسات بهدف تحديد وبأكبر وضوح ودقة ممكنة لرقم الأعمال بالكمية والقيمة، للمؤسسة ككل ولكل مسؤول له علاقة بادارة المبيعات.(4)

إذن التنبؤ بحجم المبيعات عبارة عن تقدير للكمية التي يمكن بيعها من منتج ما خلال فترة مستقبلية في ظل ظروف غير مؤكدة و تحت تأثير عوامل تتسم بالتغير.

ثانيا- أهمية التنبؤ بحجم المبيعات :

يتيح التنبؤ معلومات ومؤشرات تسترشد بها الإدارة-عموما- وإدارة المبيعات وإدارة الإنتاج والعمليات بشكل خاص في تصميم الأهداف والاستراتيجيات الإنتاجية، كما تفيد تلك المعلومات والمؤشرات في عملية صنع قرارات الإنتاج والعمليات.

وتختلف أهمية التنبؤ باختلاف الأجل الزمني أو الفترة الزمنية التي تغطيها بحيث:

1- بالنسبة للتنبؤ طويل المدى:

أ- تقدير حجم المبيعات أو الطلب وبالتالي معرفة قدرة الاستثمارات في المباني والتجهيزات الرأسمالية.

ب- تخطيط المساحة اللازمة للمصنع وللمبنى الإنتاجي أو مبنى تقديم الخدمة على ضوء التغير التكنولوجي أو الفني المتوقع في أعداد وأبعاد الآلات وحجم القوة العاملة، وحجم وحدة المنتج، فعلى مدى عدة سنوات صغرت أحجام منتجات مثل أجهزة الراديو والحاسوب والهواتف، ويؤدي التغير في حجم الطلب أو المنتج إلى تغيرات في التخطيط المكاني لمساحات ومواقع الأداء وأماكن الانتظار والتخزين المؤقت بجوار أو بين الآلات خلال عملية الإنتاج.

ج- تحديد النوع أو الأنواع المناسبة من الطاقة المحركة بما يتناسب وخصائص الآلات المستخدمة ويسهم في ترشيد تكلفة العمليات.

د- تخطيط القوى العاملة كما ونوعا على ضوء التغيرات الفنية وخصائص التجهيزات الآلية وطرق الإنتاج ودرجة الأداء الذاتي للآلات.

2- بالنسبة للتنبؤ متوسط وقصير المدى:

أ- تحديد معدلات الإنتاج (ضمن خطة الإنتاج) بما يقابل مستويات الطلب المتقبلة، وقد يتطلب الأمر شهورا عديدة لتغيير الطاقة أو الطاقات الإنتاجية أو عمليات الإنتاج كاستجابة لذلك.

ب- جدولة عمليات الإنتاج بما يهيئ الكميات المناسبة من المنتج لمقابلة المبيعات المتوقعة في توقيتاتها المحددة.

(2) عمر صخري، اقتصاد المؤسسة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الطبعة الثانية، 1993، ص93.

(3) احمد سيد مصطفى، إدارة الإنتاج والعمليات، بدون دار النشر، الطبعة الرابعة، 1999، ص175.

(4)Thierry Cuyaubere, Jacques Muller, op., cit., p56.

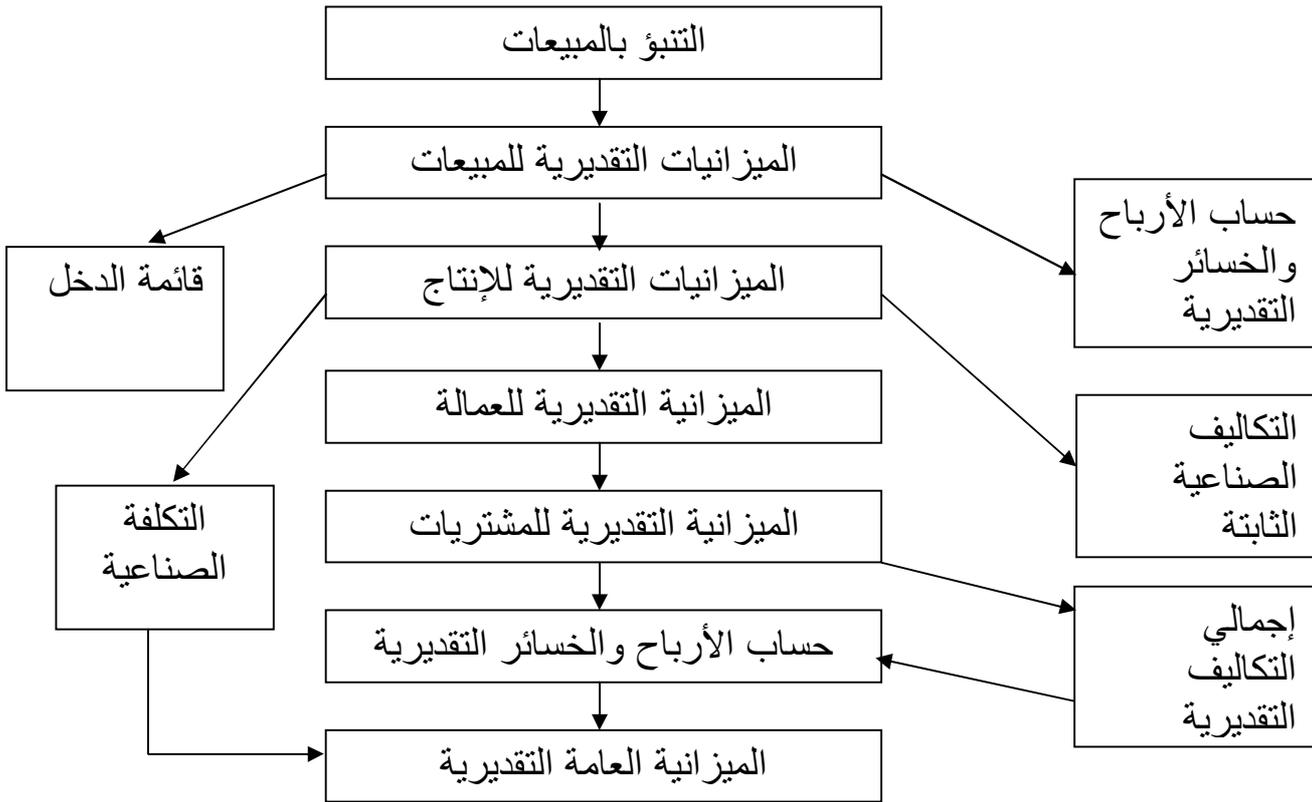
ج- جدولة الاحتياجات من العمالة للعمل في الوقت المحدد العادي أو الإضافي، فقد يختلف حجم الطلب من أسبوع لآخر أو من شهر لآخر أو فصل أو موسم لآخر مما يعني اختلاف حجم المباع أيضا، لذا يجب خفض أو زيادة العمالة المقابلة للتغيرات، وهنا يمكن استخدام عدة مداخل مثل التشغيل لساعات إضافية أو إنهاء خدمة العامل أو الموظف بشكل مؤقت أو دائم أو الاكتفاء بتعيين عمالة مؤقتة.

د- جدولة الاحتياجات من المخزون كما ونوعا للفترات القادمة، وهنا تفيد التنبؤات قصيرة الأجل في تهيئة عناصر المخزن في التوقيت المناسب، وبالجم والقدر المناسب لتغذية عمليات الإنتاج وفقا لجدولتها.

ه- التخطيط المالي فالتنبؤات الخاصة بالطلب أساس تصميم الموازنة المالية للوحدة الإنتاجية.

"تعتبر موازنة المبيعات حجر الزاوية في وضع الموازنة التشغيلية وهي تشتمل على المبيعات التقديرية لفترات الموازنة القادمة التي تعتبر المصدر الرئيسي لإيرادات المنشأة، وتعتبر موازنة المبيعات هي أساس إعداد موازنة الإنتاج والمواد والمشتريات والأجور والمصروفات الصناعية ومصروفات البيع والتوزيع ويلاحظ أن النجاح في نظام الموازنات يتوقف إلى حد كبير على مدى الدقة في التنبؤ بالمبيعات المستقبلية ولذا عادة ما يطلق على موازنة المبيعات بالموازنة الأم".⁽¹⁾

وتظهر العلاقة بين التنبؤ والميزانيات التقديرية في الشكل التالي:



الشكل رقم: (3) العلاقة بين التنبؤ والميزانيات التقديرية.

المصدر: طلعت أسعد عبد الحميد، مرجع سابق، ص 245.

(1) محمد سامي راضي، وجدي حامد حجازي، المدخل الحديث في إعداد واستخدام الموازنات، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2001، ص 77.

المطلب الثالث: ماهية النموذج ومراحل بناءه

أولاً - ماهية النموذج :

حاول العديد من مؤلفي الاقتصاد إيجاد مفهوم "للمنموذج" ولعل من أبرز المحاولات ما يمكن ذكره في:

تعريف أول: النموذج هو مجموعة من العلاقات بين مجموعة من المتغيرات⁽¹⁾.

تعريف ثاني: النموذج هو عبارة عن صياغة للعلاقات التي تحكم الظاهرة محل البحث حتى يمكن قياس معالمها⁽²⁾.

تعريف ثالث: النموذج هو عبارة عن فرض يتم صياغته للتعبير عن سلوك ظاهرة من الظواهر ، فالنموذج الرياضي هو ترجمة للعلاقات النظرية بين المتغيرات إلى صورة معادلات⁽³⁾.

تعريف رابع : النموذج هو عبارة عن مجموعة من العلاقات التي تستعمل الأدوات الرياضية ، والتي تصاغ لتوضيح سلوكية أو ميكانيكية هذه العلاقات⁽⁴⁾.

من خلال التعاريف السابقة يمكن استخلاص أن النموذج الرياضي يهدف إلى تبسيط الواقع من خلال بناء نموذج لا يحتوي على جميع تفاصيل الظاهرة المراد دراستها ، بل يتضمن العلاقات الأساسية بها ، ومن هنا يلاحظ أن النموذج الرياضي هو وصف للعلاقة بين متغيرات الظاهرة المدروسة بصورة تجريبية وبدقة ، وتعتبر النماذج الرياضية أكثر دقة وتجريداً ، كما تستخدم بسهولة و ذلك باستخدام الأدوات والأساليب الرياضية.

ثانياً - مراحل بناء النموذج :

1- المرحلة الأولى: تعيين النموذج :

يقصد بتعيين النموذج صياغة العلاقة الاقتصادية محل البحث في صورة رياضية حتى يمكن قياس معالمها

باستخدام ما يسمى بالطرق القياسية ، وتنطوي هذه المرحلة على عدة خطوات أهمها⁽⁵⁾:

أ- تحديد متغيرات النموذج:

يمكن للباحث أن يحدد المتغيرات التي يتضمنها النموذج عند دراسته لظاهرة اقتصادية معينة من خلال مصادر عديدة ولعل من أهم هذه المصادر النظرية الاقتصادية ثم المعلومات المتاحة من دراسات قياسية سابقة وثالثهما المعلومات المتاحة بشكل خاص (أي تتعلق بدراسة خاصة بالظاهرة).

ب- تحديد الشكل الرياضي للنموذج:

يقصد بالشكل الرياضي للنموذج عدد المعادلات التي يحتوي عليها النموذج (فقد تكون معادلة واحدة أو عدة معادلات) ، ودرجة خطية النموذج (فقد يكون خطي أو غير خطي) ودرجة تجانس كل معادلة (فقد تكون غير متجانسة أو متجانسة من أي درجة).

(1) عباس السيد ، الاقتصاد القياس ، دار الجامعات المصرية، الإسكندرية ، مصر ، بدون سنة نشر ، ص26.
(2) عبد القادر محمد عبد القادر عطية، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق ، الدار الجامعية ، الإسكندرية ، مصر ، الطبعة الثانية ، 2000، ص15.
(3) عباس السيد ، مرجع سابق ، ص26.
(4) مجيد علي حسين ، عفاف عبد الجبار ، الاقتصاد القياسي: النظرية والتطبيق ، دار وائل ، عمان ، الطبعة الأولى، 1998، ص39.
(5) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، مرجع سابق، ص16.

ج- تحديد التوقعات القبلية :

يتعين تحديد توقعات نظرية مسبقة عن إشارة و حجم معلمات العلاقة الاقتصادية محل القياس بناء على ما تقدمه المصادر السابقة من معلومات ، وتعتبر التوقعات القبلية للإشارة و حجم المعلمات هامة بالنسبة لمرحلة ما بعد التقدير ، حيث يتم اختبار المدلول الاقتصادي للمعلمات المقدرة من خلال مقارنتها مع التوقعات القبلية من حيث إشارتها و حجمها.

2- المرحلة الثانية: تقدير معلمات النموذج

بعد الانتهاء من صياغة العلاقات محل البحث في شكل رياضي خلال مرحلة التعيين يتم الاعتماد أساساً في التقدير للمعلمات على بيانات واقعية يتم جمعها عن المتغيرات التي يتضمنها النموذج ، وعلى فنون قياسية تستخدم في عملية القياس و تسمى: "المقدرات" **Estimators** ، وتنطوي هذه المرحلة على ثلاثة خطوات على الأقل⁽¹⁾:

أ- تجميع البيانات: يتعين على الباحث أن يقوم بتجميع بيانات عن المتغيرات التي يحتويها النموذج ، وهنا نجد عدة أنواع من البيانات :

- بيانات سلسلة زمنية و هو ما كان مرتب في شكل متسلسل زمنياً.
- بيانات قطاعية و هو ما كان مرتب في شكل قطاعات.
- بيانات سلسلة قطاعية و هو ما كان مرتب في شكل زمني وفقاً لقطاعات معينة .
- بيانات تجريبية و المتأتية من تجارب بعض الباحثين الاقتصاديين للحصول على بيانات اقتصادية.
- أو غيرها من مصادر البيانات.

ب- حل مشاكل التجميع: تنشأ مشاكل التجميع عندما يحتاج الباحث لاستخدام متغيرات تجميعية في الدالة محل القياس ، فقد يكون التجميع على مستوى السلع (مثلاً)، أو على مستوى الأفراد أو على مستوى الفترات الزمنية ، و تكمن مشكلة التجميع في أنه مثلاً قد نكون مهتمين بدراسة ظاهرة ما فنحصل على معلومات بفترات فصلية ونريد معلومات سنوية فهل نجتمع الفصول الأربعة أم نأخذ المتوسط البسيط أو نأخذ المتوسط المرجح أو كيف يتم تجميع هاته البيانات ، إذن مشكلة تجميع البيانات تكمن في كيفية أخذ البيانات ، وعلى الباحث الأخذ بطريقة مناسبة في حل مشاكل التجميع .

3- المرحلة الثالثة : تقييم المعلمات المقدرة بالنموذج

بعد الانتهاء من تقدير القيم الرقمية لمعلمات النموذج من خلال بيانات واقعية ، يتم الشروع في تقييم المعلمات المقدرة ، و المقصود هنا هو تحديد ما إذا كانت قيم هذه المعلمات لها مدلول أو معنى من النواحي التالية⁽²⁾:

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، مرجع سابق، ص20.

(2) عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سابق، ص40.

أ- المعايير الاقتصادية : تتحدد من خلال مبادئ النظرية الاقتصادية ، وتتعلق هذه المعايير بحجم وإشارة المعلمات المقدرة ، فإذا جاءت هذه المعلمات المقدرة على عكس ما تقرره النظرية مسبقا فإن هذا يمكن أن يكون مبررا لرفض المعلمات المقدرة.

ب- المعايير الإحصائية: (اختبارات الرتبة الأولى) تهدف إلى اختبار مدى الثقة الإحصائية في التقديرات الخاصة بمعلمات النموذج ، ومن أهمها معامل التحديد و اختبارات المعنوية.

ج- المعايير القياسية : (اختبارات الرتبة الثانية) تهدف هذه المعايير إلى التأكد من الافتراضات التي تقوم عليها المعايير الإحصائية مطبقة في الواقع ، فإذا كانت هذه الافتراضات متوفرة في الواقع فإن هذا يكسب المعلمات المقدرة صفات معينة أهمها عدم التحيز والاتساق و العكس يفقدها ذلك ، بل و يؤدي أصلا إلى عدم صلاحية المعايير الإحصائية نفسها لقياس مدى الثقة في المعلمات المقدرة ، وهذا يعني أن المعايير القياسية تستخدم في اختبار المعايير الإحصائية نفسها ، لذا تسمى باختبارات الرتبة الثانية.

4- المرحلة الرابعة : تقييم النموذج

بعد بناء النموذج و تقييم معلماته ، يتم تقييم النموذج و الاعتبار التي تحكم عملية التقييم هي⁽¹⁾:

أ- مطابقة الظاهرة ، بحيث يصف الظاهرة بشكل صحيح.

ب- قدرته على توضيح المشاهدات الواقعية ، بحيث يكون متناسقا مع السلوك الفعلي لمتغيرات الظاهرة التي تحدد العلاقة بين هاته المتغيرات .

ج- قدرة النموذج على التنبؤ ، بحيث يعطي تنبؤات مقبولة للقيم المستقبلية للمتغيرات المعتمدة.

د- خاصية البساطة ، إذ أن النموذج يجب أن يبرز العلاقات بأقصى حد ممكن من البساطة ، فكلما قل عدد المعادلات و كان شكلها الرياضي أبسط أعتبر النموذج أفضل ، شريطة أن لا يكون على حساب الدقة في التقدير.

(1) مجيد على حسين ، عفاف عبد الجبار ، مرجع سابق ، ص 39.

المبحث الثاني: مفاهيم عامة حول نموذج الانحدار البسيط المطلب الأول: مفهوم وفرضيات نموذج الانحدار البسيط

أولاً - مفهوم نموذج الانحدار البسيط :

نظراً للاستخدام الواسع لفكرة الانحدار تعددت المفاهيم المعطاة للانحدار و لعل من أبرز تلك المفاهيم ما يمكن ذكره في:

يعني تحليل الانحدار **Regression analysis** قياس العلاقة بين متغير تابع **Dependent** و متغير مستقل **Independent** أو أكثر ، وتحديد شكل هذه العلاقة فإذا كانت بين متغير مستقل واحد و متغير تابع فانه يطلق عليها اسم : تحليل الانحدار البسيط **Simple regression** ، أما إذا كانت العلاقة بين متغير تابع و عدد من المتغيرات المستقلة فانه يطلق على التحليل اسم: تحليل الانحدار المتعدد **Multiple regression analysis** وقد تكون العلاقة خطية **Linear** أو غير خطية **Non-linear**(1).

يستخدم الانحدار بشكل رئيسي لأغراض التنبؤ و التخطيط و التقدير و يهدف إلى التنبؤ بقيمة متغير معين إذا عرفت قيمة متغير آخر مرتبط به ، مثل التنبؤ بالاستهلاك إذا عرف الدخل أو التنبؤ بالأرباح إذا عرفت المبيعات، أو المبيعات إذا عرفت مصاريف البيع(2).

نعني بالانحدار وصف العلاقة بين متغيرين أحدهما يمكن أن يفسر الآخر ، في سلسلة من المشاهدات بينهما ، يسمى المتغير التابع بالمفسر و المتغير المستقل بالمتغير المفسر(3).

يعتبر الانحدار من الموضوعات الإحصائية التي تتناول أحد المشكلات الهامة و هي مشكلة التنبؤ **Prediction** ، فالباحث يهتم بالتنبؤ بمتغير باستخدام متغير آخر أو أكثر و يسمى المتغير المنبئ بالمتغير المستقل و المتغير المنتبأ به بالمتغير التابع(4).

العبارة " تحليل الانحدار **Analyse de régression**" نعني بها قياس أو تحديد قيمة (أو متوسط) متغير ما باستخدام متغير أو متغيرات أخرى ، فتكون دراسة لوصف العلاقة بين المتغيرات هي تحليل الانحدار ، فإذا كانت الدراسة لمتغيرين فقط عرفت بتحليل الانحدار البسيط ، وإذا كانت لأكثر من متغيرين عرفت بتحليل الانحدار المتعدد(5).

(1) سمير محمد عبد العزيز ، الاقتصاد القياسي: مدخل في اتخاذ القرارات ، مكتبة الإشعاع للطباعة و النشر والتوزيع ، الاسكندرية،ص207.

(2) فائق شقير و آخرون ، مقدمة في الإحصاء ، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة ، عمان، الطبعة الأولى،2000،ص72.

(3) Rachid Ben Dib , économétrie théorie et application , office des publications universitaires ,Alger ,2001,p32.

(4) سعد الدين أبو الفتوح الشرنوبى ، المفاهيم والمعالجات الأساسية في الإحصاء ،مكتبة الإشعاع، الاسكندرية ، الطبعة الأولى،2001،ص151.

(5) Charles T Horngren , comptabilité analytique de gestion , traduit par: Anoclito J Fernandez , les éditions H R W Itie ,Montréal ,p820.

مفهوم الانحدار هو إيجاد معادلة رياضية تعبر عن العلاقة بين المتغيرين (X) و (Y) تستعمل للتنبؤ بالقيمة اللاحقة أو قيمة مستقبلية لـ (X) أو (Y) حسب المعلوم منهما، وقد تكون هذه المعادلة خطية (بدرجة واحدة) أو غير خطية (بأكثر من درجة)⁽¹⁾.

إذن يمكن أن نفهم من مجمل هذه المفاهيم حول الانحدار على انه مقياس لنوعية العلاقة بين متغيرين ، وفي كثير من الدراسات تكون العلاقة بين أكثر من متغيرين هي علاقة اعتماد (انحدار)، ويعتبر الانحدار الخطي (البسيط) من الأساليب الإحصائية التي تستخدم لقياس العلاقة بين متغيرين على هيئة علاقة دالة، يسمى احد هاته المتغيرات متغير تابع **Dependent variable** و الآخر متغير مستقل **Independent variable** هو المتسبب في تغير المتغير التابع أي انه المتغير المعتمد (Y) دالة للمتغير المستقل (X) :

$$Y = F(X)$$

حيث يمكن تمثيل هذه العلاقة بخط مستقيم ذو معادلة : $Y = a + bX$ بحيث يمكن أن تأخذ أشكالاً مختلفة قد تكون خطية، لوغاريتمية، أسية،... إلخ، حيث يتم تحويلها إلى الشكل الخطي.

سنركز على الشكل الخطي البسيط في قياس العلاقة بين المتغيرات وفقاً للصيغة العامة:

$$Y_i = a + b X_i + e_i \quad (i = 0, 1, 2, 3, \dots, n)$$

حيث أن **a** و **b** معلمات النموذج ، **e_i** عنصر الخطأ العشوائي تم إضافته مراعاة للصفة الاحتمالية للنموذج ويمثل الفرق بين القيم الفعلية والقيم النظرية.

ثانياً - فرضيات نموذج الانحدار البسيط:

بناء نموذج الانحدار عادة ما يتم من خلال تحليل مشاهدات عينة من مجتمع مسحوبة منه عشوائياً ، قد يكون المجتمع حقيقي أو فرضي ، ويتم الاعتماد على نتائج تحليل العينة وتعميمها على المجتمع الإحصائي ، و عليه فإن عملية التحليل لا بد أن تضمن التمثيل التقريبي للمجتمع المسحوبة منه العينة، و من غير المتوقع أن تكون العينة ممثلة تماماً للمجتمع ، لذلك فإن بناء نموذج الانحدار يجب أن يكون مستوفي الفرضيات التالية:

1- الفرضية الأولى:

تتعلق بالمتغير المستقل (X) ، ويفترض أن المعطيات التي جمعت بالنسبة إلى هذا المتغير قادرة على إظهار تأثيرها في تغير قيم المتغير التابع (Y) ، بحيث تكون قيمة واحدة على الأقل من قيم المتغير المستقل مختلفة عن بقية القيم ، ويمكن التعبير عن هذه الفرضية بالصيغة:

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \neq 0$$

فعندما تكون هناك أخطاء في قياس المتغيرات سيؤدي الأمر إلى حرق فرض استقلال المتغيرات ، مما يؤدي إلى أن تكون تقديرات معالم طريقة المربعات الصغرى متحيزة وغير متسقة⁽²⁾.

(1) عوض منصور وعزام صبري ، مبادئ الإحصاء ، دار الصفاء للنشر والتوزيع ، عمان ، الطبعة الأولى، 2000، ص229.
(2) Rachid Bendib ,op,cit,P 33.

2- الفرضية الثانية:

أن الخطأ العشوائي e_i يتبع التوزيع الطبيعي ، و كنتيجة فإن (Y) و توزيع المعانية لمعالم الانحدار تتبع أيضا التوزيع الطبيعي ، بحيث يمكن إجراء اختبارات لمعنوية هذه المعالم ، و يمكن صياغة هذه الفرضية كما يلي:

التوزيع الطبيعي العشوائي: $e_i \rightarrow (0, S_{ei}^2)$

$$\bullet E(ei) = 0$$

$$\bullet E(ei ej) = \begin{cases} e^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \text{ أي:}$$

إذن هذه الفرضية تعتبر كامتداد لفكرة التوزيع الطبيعي للمتوسط الحسابي لقيم ظاهرة والذي كما هو معروف يتبع التوزيع المعتدل⁽¹⁾.

3- الفرضية الثالثة:

أن القيمة المتوقعة للخطأ العشوائي (أي وسطه) يساوي الصفر:

$$E_{i=0}^n(ei) = 0$$

وبسبب هذا الفرض فإن المعادلة $Y = a + bX$ تعطي متوسط قيمة (Y) حيث أن (X) ثابتة ، في حين (Y) في المعادلة: $Y_i = a + b X_i + e_i$ تتغير فوق أو تحت وسطها مع زيادة أو نقصان e_i عن الصفر⁽²⁾.

4- الفرضية الرابعة:

أن تباين حد الخطأ العشوائي ثابت في كل فترة لكل قيم (X) أي:

$$E(ei)^2 = S_e^2$$

ويكفل هذا الفرض أن كل مشاهدة يمكن الاعتماد عليها بنفس القدر، بحيث تكون تقديرات معاملات الانحدار كفئة، وتكون اختبارات الفروض الخاصة بها غير متحيزة أي أنه⁽³⁾: $e \rightarrow (0, S_e^2)$

و لأجل التأكد من استيفاء نموذج الانحدار للفرضيات السابقة يجري تقييم النموذج في ضوء كل من هذه الفرضيات ، فإذا كانت العلاقة بين (Y) و (X) خطية فيفترض أن يكون ميل خط الانحدار (b) إما موجب أو سالب ، أو أن قيمته مساوية للصفر، وإذا كانت $b=0$ ، فهذا يعني كفاءة معادلة الانحدار في التنبؤ أو التقدير محدودة ، عندها تجري محاولة بناء نموذج غير خطي للتأكد من إمكانية تحسن كفاءة النموذج رغم أن العلاقة كانت خطية ، وفي مثل هذه الحالة فإن اختبار الفرضية $H_0 = B = 0$ سوف لا يتم رفضها ، وبذلك نفترض وجود خطأ من النوع الثاني، و أن ذلك يعود إما لكون العلاقة الخطية بين (X) و (Y) ليست قوية أو أنها في الحقيقة غير خطية ، و تتم عملية اختبار الفرضية إما باستخدام احصاءة فيشر (F) أو ستودنت (t) ⁽⁴⁾.

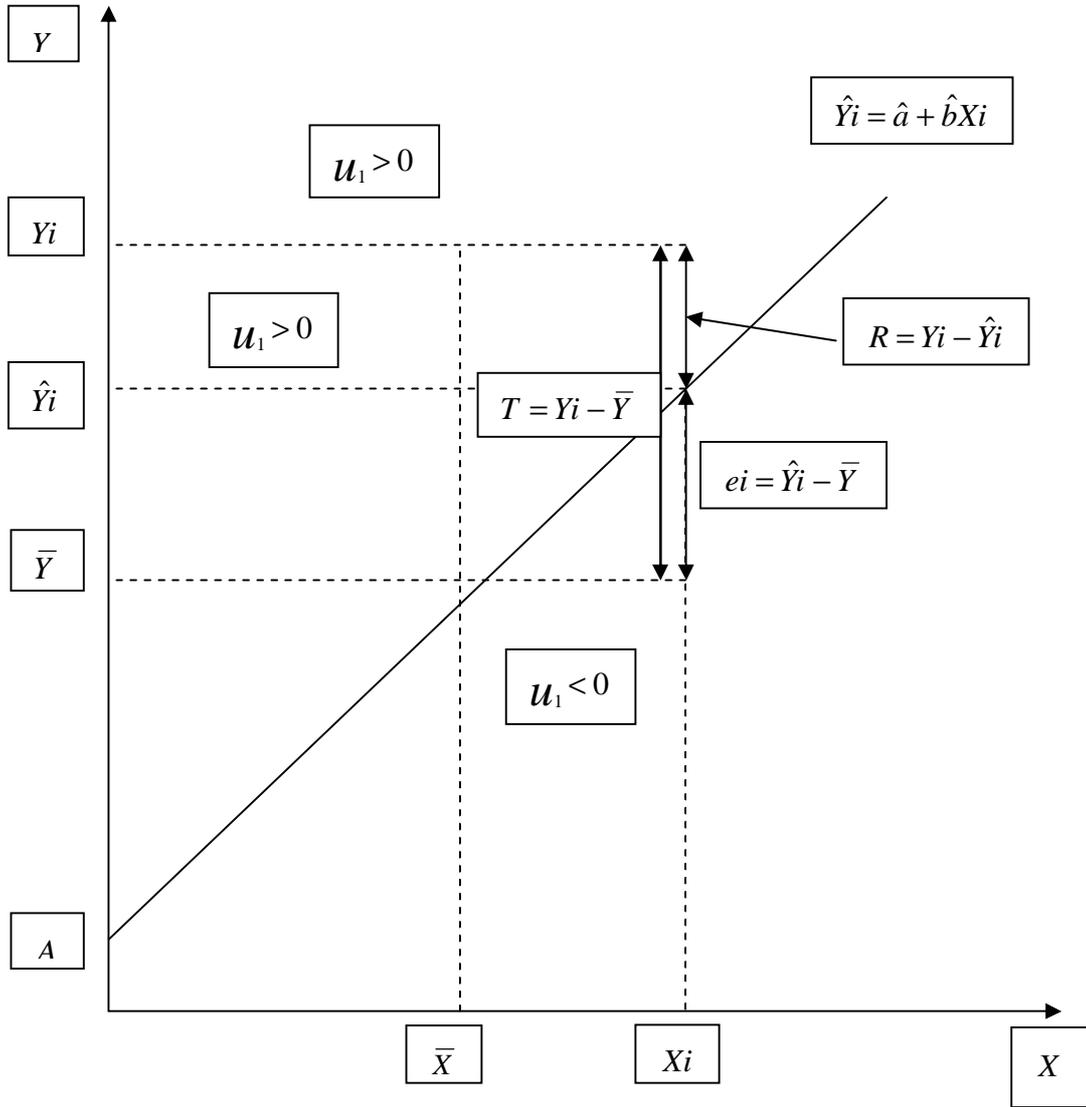
(1) Rachid Bendib , op , cit ,P33.

(2) Léonard J Kazmier , statistiques de gestion , traduit par :Jean-marc picard , Mc GRW Hill Editeurs, Paris , 1982, P297.

(3) Ibid , P297.

(4) عبد المجيد عبد الحميد البلداوي ، الإحصاء للعلوم الإدارية و التطبيقية ، دار الشروق ، عمان ، الطبعة الأولى،ص508.

يمكن توضيح الفرضيات السابقة ضمن الشكل أدناه و الذي يمثل مكونات الانحرافات الموجودة ضمن نموذج الانحدار الخطي أي الأخطاء العشوائية و كيفية تفسيرها ضمن البيان التالي:



شكل رقم (4): مكونات انحرافات الانحدار الخطي

المصدر: مجيد علي حسين ، عفاف عبد الجبار سعيد ، مرجع سابق ، ص 107.

يمكن ملاحظة من الشكل أعلاه :

$$T = Y_i - \bar{Y}$$

$$e = \hat{Y}_i - \bar{Y}$$

$$R = Y_i - \hat{Y}_i$$

و يمكن تعريف المتغير التوضيحي الكلي (T) كما يلي: $SST = \sum (Y - \bar{Y})^2$

و المتغير التوضيحي (E) كما يلي: $SSE = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2$

وكذلك المتغير التوضيحي (R) كما يلي: $SSR = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$

المطلب الثاني: طريقة المربعات الصغرى

أولا - مفهوم الطريقة :

إذا كانت لدينا عينة (N) من الملاحظات X_i و Y_i ، فإنه بإمكاننا صيغة معادلة من الشكل :

$$Y_i = a + b X_i \dots\dots\dots(2-1)$$

ثم نقول إن هدفنا هو الحصول على مقدرات للمعالم غير المعروفة a و b لهذه المعادلة.

يعرف (*) J M Stigler طريقة المربعات الصغرى بأنها محرك التحليل الإحصائي الحديث ، وذلك بالرغم من محدوديتها ، و حوادثها الطارئة ، وتغيراتها المتعددة ، فإنه ما زال يعتمد على امتدادها و توسيعاتها في التحليل الإحصائي وتبقى معروفة ومقيمة عند الجميع⁽¹⁾ .

أما الكاتب و الأستاذ (**) J J Johnston فيعرفها على أنها قانون أو طريقة تقدير بعض المعالم غير المعروفة، حيث أن المقدر هو القيمة لها و الناتجة من تطبيق ذلك القانون أو تلك الطريقة على مجموعة بيانات العينة المعنية بالدراسة⁽²⁾ .

طريقة المربعات الصغرى هي أسلوب لتوفيق "أفضل" خط مستقيم لعينة من المشاهدات (X, Y) وهو يتضمن تصغير مجموع مربعات انحرافات النقاط (الرأسية) عن الخط إلى أدنى حد ممكن⁽³⁾: $Min \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ طريقة المربعات الصغرى هي عبارة عن تحديد رياضي للانحدار الخطي ، والتي تعطي الخط الذي يعطي أحسن تمثيل للانحدار ، والقاعدة الأساسية لهذه الطريقة هي تدنية الأخطاء حول هذا الخط (رأسياً) إلى أدنى حد ممكن عن طريق تدنية مجموع مربع انحرافات القيم الفعلية عن القيم المشاهدة⁽⁴⁾ .

يتمثل التعديل التحليلي في البحث عن مختلف المؤشرات للدالة على الشكل: $Y = f(X)$

التي تتكيف مع المشاهدات بصفة أو بطريقة جد مقبولة ، و هذه الدالة تؤدي إلى منحني تعديل بسيط بقدر الإمكان و طريقة المربعات الصغرى تمثل أحد هذه الأساليب لتحديد هذه المؤشرات⁽⁵⁾ .

في هذا المجال سنناقش طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (العادية) (OLS) ordinary least square method ويرجع سبب استخدام هذه الطريقة إلى:

1- أن تقديرات المعاملات coefficients أو المؤشرات parameters بطريقة (OLS) تعتبر أكثر جدوى وفاعلية من غيرها.

2- تعتبر النتائج التي يمكن الحصول عليها من خلال هذه الطريقة من أفضل النتائج ، على الرغم من التطور الكبير في طرق تقدير وحساب معاملات النموذج القياسي.

(*) J M Stigler , "Gouss and invention of last squares" ,the Annols of Na Msties val N3,1981.
 (1) تومي صالح ، مدخل لنظرية القياس الاقتصادي، الجزء الأول ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر ن 1999 ، ص33.
 (**) J J Johnston "Econometric methods " , international student Edition ,USA , 1984.
 (2) تومي صالح، نفس المرجع، ص34.
 (3) دومنيك سلفاتور ، الإحصاء والاقتصاد القياسيين ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ن بدون سنة نشر ، ص138.
 (4) Colin Drury, management and cost A counting ,international Thomson Business ,forth Edition , London ,P676.
 (5) نصيب رجم، الإحصاء التطبيقي ، دار العلوم للنشر و التوزيع ، عنابة ، الجزائر، 2004، ص15.

3- سهولة تقدير المعاملات بهذه الطريقة مقارنة بالطرق الأخرى ، و سهولة العمل في مثل هذه الطريقة.

ثانيا - فرضيات الطريقة :

فروض طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية اللازمة لتقدير معاملات نموذج الانحدار البسيط تتمحور حول:

1- الفرض الأول:

أن كل قيمة من قيم المتحول العشوائي (U_i) و في فترة زمنية تعتمد على الصدفة ، و قد تكون هذه القيم موجبة أو سالبة أو مساوية للصفر.

2- الفرض الثاني:

أن القيم المتوقعة **expected values** للمتغير العشوائي تكون مساوية للصفر: $E(U_i) = 0$

وهذا يعني بأن كل قيمة من قيم المتغير المستقل سوف تأخذ قيم مقابلة لـ: (U_i) وحاصل جمع هذه القيم يكون مساوي للصفر ، يترتب على إسقاط هذا الافتراض حدوث مشكلة تحيز الحد الثابت⁽¹⁾.

3- الفرض الثالث:

أن تباين قيم المتغير العشوائي (أو حد الخطأ) حول وسطها الحسابي يكون ثابت في كل فترة زمنية بالنسبة لجميع قيم المتغير المستقل ، ومن ثم فإن حدود الأخطاء يكون لها نفس التباين **homoscedasticity**

$$\text{أي } (2): S_u^2 = \text{Var}(u_i) = E(u_i^2)$$

4- الفرض الرابع:

أن حد الخطأ أو المتغير العشوائي لمشاهدة ما في أي فترة لا يرتبط بحد الخطأ لمشاهدة في فترة أخرى، أي عدم الارتباط الذاتي للأخطاء ، و أن التباين المشترك لأخطاء الملاحظات المختلفة تكون معدومة أي أن⁽³⁾:

$$\text{COV}(u_i, u_j) = E(u_i, u_j) = 0, i \neq j / i, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

5- الفرض الخامس:

أن قيم المتغير العشوائي (U_i) يكون مستقل عن المتغير المستقل لكل مشاهدة ، و يتطلب ذلك أن يكون التباين المشترك (أو التغاير) (**COV**) لكل من X_i و U_i معا مساويا للصفر أي⁽⁴⁾:

$$\text{COV}(X_i, u_i) = E(X_i, u_i) = X_i E(U_i) = 0, i = 1, 2, 3, \dots, n$$

6- الفرض السادس:

أن المتغير العشوائي U_i موزع توزيعا طبيعيا ، أي توزيع U_i حول متوسطها المساوي للصفر يكون متماثل و ذلك عند كل قيمة من قيم المتغير المستقل X_i أي بشكل جرس.

و يمكن وضع الفروض (الأول و الثاني و السادس) بشكل مختصر على صيغة:

$$u_i \rightarrow N(0, S_u^2)$$

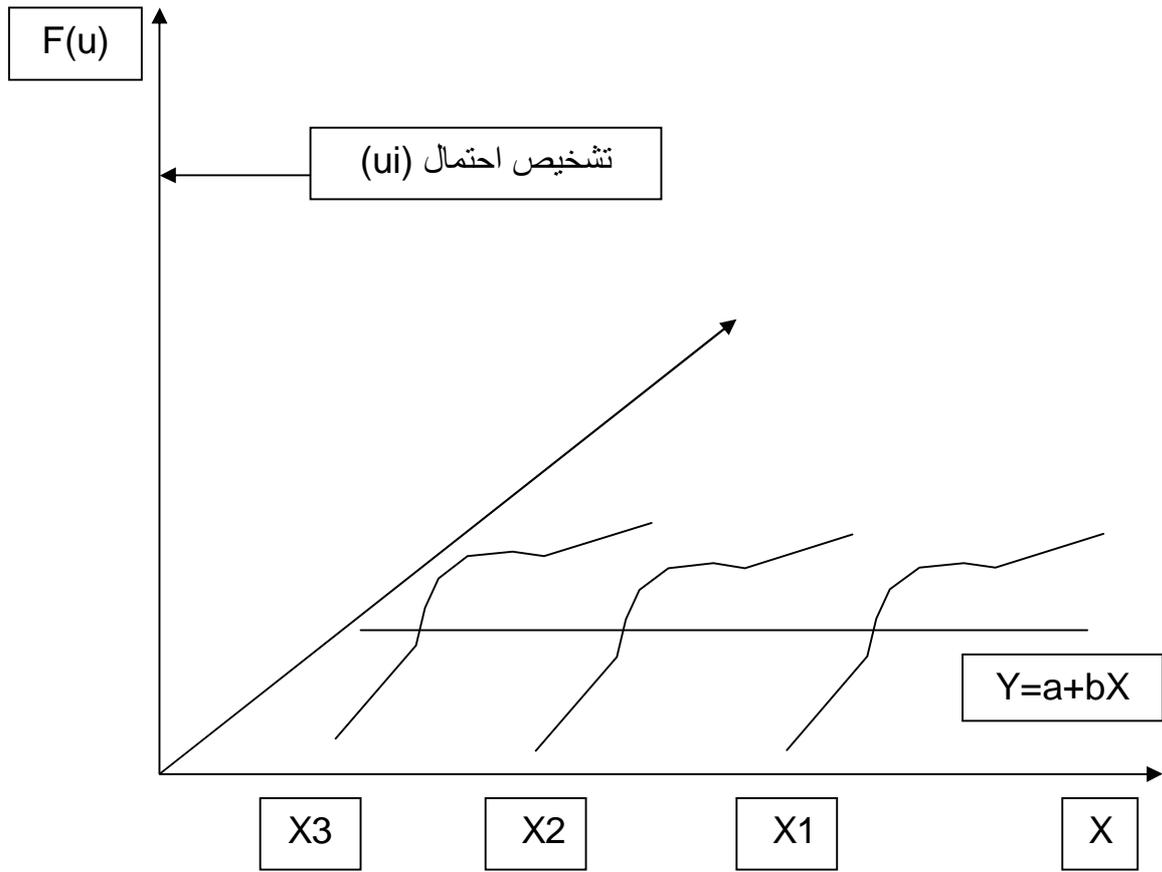
(1) مجيد علي حسين ن مرجع سابقن ص110.

(2) تومي صالح ، مرجع سابق ، ص38.

(3) نفس المرجع ، ص38.

(4) نفس المرجع ، ص38.

وتمثيلها بيانيا كما في الشكل التالي:



الشكل رقم (5): التوزيع الطبيعي للمتغير العشوائي

المصدر: Rachid Bendib , op , cit,p34 .

7- الفرض السابع⁽¹⁾:

أن درجات الحرية (df) Degree of freedom $df=N-K+1$

يجب أن تكون موجبة أي يجب أن تكون: $N>K+1$

حيث: K : عدد المتغيرات المستقلة ، و N عدد المشاهدات ، و $K+1$ عدد معاملات الانحدار المقدر.

8- الفرض الثامن⁽²⁾:

أن المتغير التابع دالة خطية في المتغير المستقل مضافا إليه المتغير العشوائي ، فمثلا إذا كان نموذج الانحدار المراد

$$Y_i = X_i^b e^{ui}$$

حيث (e) يمثل أساس اللوغاريتم الطبيعي ، وللحصول على تقدير جيد للمعادلة أعلاه ، يجب تحويل النموذج

أعلاه إلى نموذج لوغاريتمي كما يلي:

$$\text{Lin}Y_i = b \text{Lin} X_i + U_i$$

⁽¹⁾ مجيد علي حسين ، مرجع سابق ، ص113.

⁽²⁾ نفس المرجع ، ص113.

ثالثا - خصائص مقدرات طريقة المربعات الصغرى :

تنتقل الطريقة من فكرة أن خطأ التقدير في مجموعه يؤول إلى الصفر من خلال معادلة التقدير :

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i \dots \dots \dots (2-1)$$

و يكون المطلوب منا اختبار المقدرتين \hat{a} و \hat{b} بطريقة تجعل من البواقي معدومة أو أقل ما يمكن

$$\sum_{i=1}^n e_i = 0 \text{ أي:}$$

$$\sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i) = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \text{ بمعنى آخر:}$$

$$\sum Y_i = n\hat{a} + \hat{b}\sum X_i \text{ لتعطينا لنا:}$$

$$\bar{Y} = \hat{a} + \hat{b}\bar{X} \text{ بقسمة الطرفين على } n \text{ نجد:}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} \dots \dots \dots (2-2) \text{ و منه:}$$

تقترح طريقة المربعات الصغرى تصغير مجموع مربعات البواقي إلى أدنى قيمة ممكنة لتصبح كل البواقي مربعة و بالتالي موجبة ، وبناءا على هذا يكون علينا اختيار المقدرتين \hat{a} و \hat{b} لكي يكون مجموع البواقي معدوما ، و كذلك تصغير مجموع مربعات هذه البواقي بحيث:

$$Q = \sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)$$

و لتصغير قيمة Q نقوم باشتقاقها بالنسبة للقيمتين \hat{a} و \hat{b} على التوالي ، ثم نساوي نتيجة ذلك للصفر أي:

$$\text{Min } Q = \frac{\partial Q}{\partial \hat{a}} = \frac{\partial Q}{\partial \hat{b}} = 0$$

$$\text{إذن ينتج لنا من العبارة : } \frac{\partial Q}{\partial \hat{a}} = 0 \text{ المعادلة التالية:}$$

$$\sum Y_i = n\hat{a} + \hat{b}\sum X_i \dots \dots \dots (2-3)$$

$$\text{أما العبارة: } \frac{\partial Q}{\partial \hat{b}} = 0 \text{ فينتج عنها:}$$

$$\sum X_i Y_i = \hat{a}\sum X_i + \hat{b}\sum X_i^2 \dots \dots \dots (2-4)$$

إن الصيغتين (2-3) و (2-4) تسميان بالمعادلتين الطبيعييتين للمربعات الصغرى وبتعويض قيمة \hat{a} من المعادلة (2-2) نجد:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})} \dots \dots \dots (2-5)$$

و لتعرف الانحرافات التالية: $y_i = Y_i - \bar{Y}$ و $x_i = X_i - \bar{X}$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \dots \dots \dots (2-6) \text{ على الشكل التالي:}$$

و نستخلص من التحليل السابق بأن المقدرتين \hat{a} و \hat{b} المعرفتين بالصيغتين (2-2) و (2-5) هما مقدرتي المربعات الصغرى العادية (OLS) للمعلمتين a و b على التوالي⁽¹⁾. من المعادلتين السابقتين (2-2) و (2-5) لدينا مقدرتي المربعات الصغرى:

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} = \frac{\sum Y_i}{n} - \hat{b}\bar{X}$$

$$\text{و بالتعويض عن } \hat{b} \text{ بقيمتها } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \text{ نجد:}$$

$$\hat{a} = a + \sum \left(\frac{1}{n} - \frac{x_i \bar{X}}{\sum x_i^2} \right) e_i$$

$$W_i = \frac{x_i}{\sum x_i^2} \text{ و نعرف المتغير } W_i \text{ على الشكل:}$$

و الذي يحقق الخصائص:

$$\begin{aligned} \sum W_i &= 0 \\ \sum W_i^2 &= \frac{1}{\sum x_i^2} \\ \sum W_i x_i &= \sum W_i x_i = 1 \end{aligned}$$

و يكون مقدر المربعات الصغرى العادية \hat{a} هو :

$$\hat{a} = a + \sum \left(\frac{1}{n} - \bar{X} W_i \right) e_i$$

أما المقدر \hat{b} :

$$\hat{b} = \sum \left(\frac{x_i}{\sum x_i^2} \right) Y_i = \sum W_i Y_i$$

$$\hat{b} = b + \sum W_i e_i \dots \dots \dots (2-7) \text{ أي:}$$

إذا وفقا لهذا التحليل يمكن استخلاص خصائص مقدرات المربعات الصغرى كما يلي:

1- خاصية عدم التحيز:

التحيز هو ذلك الفرق بين مقدرة ما ووسط توزيعها ، فإذا كان الفرق يختلف عن الصفر نقول عن ذلك المقدر بأنه متحيز ، أما إذا كان الفرق مساوي للصفر فإننا نقول عن ذلك المقدر بأنه غير متحيز.

مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) هي أفضل مقدرات خطية غير متحيزة (Blue) وعدم التحيز يعني⁽²⁾ : $E(\hat{b}) = b$ و كذلك: $E(\hat{a}) = a$.

⁽¹⁾ تومي صالح ، مرجع سابق ، ص37.
⁽²⁾ دومنيك سلفاتور ، مرجع سابق ، ص143.

إثبات خاصية عدم التحيز للمقدر (b) ⁽¹⁾: حيث لدينا أولاً:

$$\begin{aligned} E(\hat{b}) &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \\ &= \frac{\sum (X_i - \bar{X}) y_i}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \\ &= a \frac{\sum (X_i - \bar{X})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} + b \frac{\sum (X_i - \bar{X}) x_i}{\sum (X_i - \bar{X})^2} + \frac{\sum (X_i - \bar{X}) e_i}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \end{aligned}$$

و حيث أن: $\sum (X_i - \bar{X}) = 0$ و أن $\sum (X_i - \bar{X})^2 = \sum (X_i - \bar{X}) x_i$ فنحصل على:

$$E(\hat{b}) = b + \frac{\sum (X_i - \bar{X}) e_i}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

و بما أن $E(e_i) = 0$ (من الفرضيات) فإن:

$$E(\hat{b}) = b + \frac{\sum (X_i - \bar{X}) 0}{\sum (X_i - \bar{X})^2} = b + 0$$

و بذلك تكون قيم (b) غير متحيزة عن القيمة الحقيقية، إذن: $E(\hat{b}) = b$

إثبات خاصية عدم التحيز للمقدر (a) ⁽²⁾:

$$\text{لدينا: } a = \bar{Y} + b\bar{X}$$

$$\text{حيث أن: } \bar{Y} = a + b\bar{X} + \bar{e}$$

$$\text{وعلى افتراض أن: } E(\bar{e}) = \frac{1}{n} E(\sum e_i) = 0$$

إذن:

$$\begin{aligned} E(\hat{a}) &= a + (b - E(b))\bar{X} - \bar{e} \\ &= a + E(b - b)\bar{X} + E(\bar{e}) \end{aligned}$$

$$\text{حيث أن: } E(\bar{e}) = E(b - b) = 0$$

$$\text{فإن: } E(\hat{a}) = a$$

وبذلك تكون قيمة \hat{a} غير متحيزة.

نقول إن تعريف W_i يبين لنا بأنه غير عشوائي و مستقل عن الخطأ (ei) ومنه:

$$E(W_i, e_i) = W_i E(e_i) = 0 \text{ لتصبح:}$$

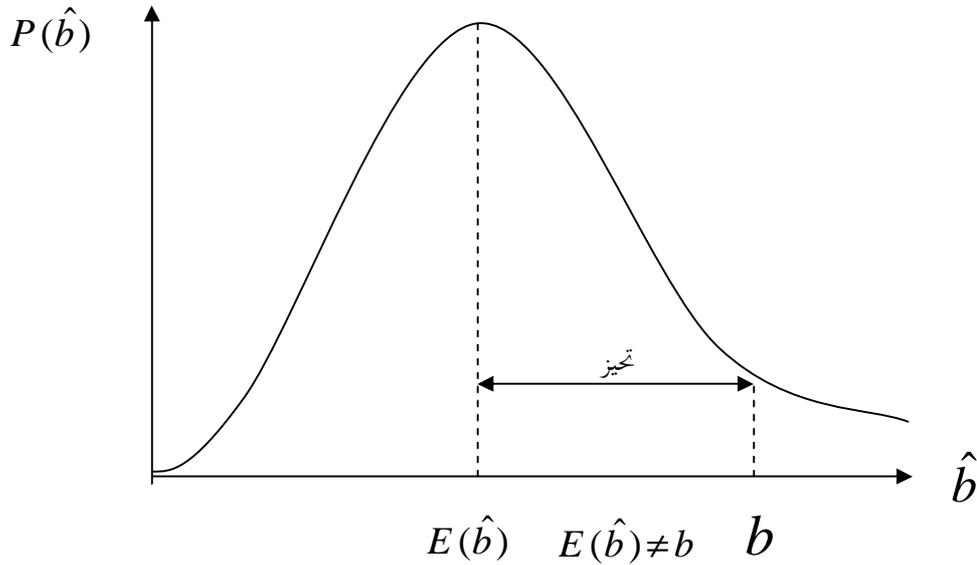
$$E(\hat{a}) = a + \sum \left(\frac{1}{n} - \bar{X} W_i \right) E(e_i)$$

$$E(\hat{b}) = b + \sum W_i E(e_i) = b$$

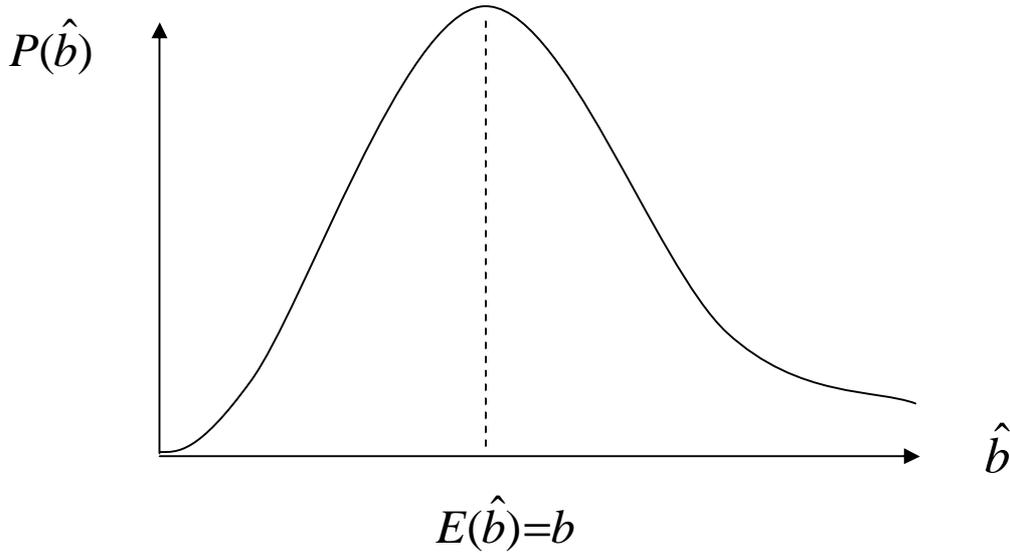
⁽¹⁾ عبد الحميد عبد المجيد البلداوي ، مرجع سابق، ص 497.

⁽²⁾ نفس المرجع، ص 498.

لنقول أن مقدرتي المربعات الصغرى \hat{a} و \hat{b} هما مقدرتي المعلمتين a و b على التوالي غير المتحييزتين و يوضح الشكل (2-3) حالة مقدر متحييز، في حين يمثل الشكل (2-4) مقدر غير متحييز:



الشكل (6) حالة مقدر متحييز



الشكل (7) حالة مقدر غير متحييز

المصدر (للسككين): عبد القادر محمد عبد القادر ، مرجع سابق ، ص 181.

2- خاصية اقل تباين⁽¹⁾:

إن وصف مقدر بأنه أفضل مقدر غير متحييز أو أنه كفء يعني انه ذو تباين أصغر وبالتالي فإن مقدرات (OLS) هي الأفضل من بين كل المقدرات الخطية غير المتحييزة ، وتعرف هذه الخاصية بنظرية " جاوس-ماركوف " ، وهي تمثل أهم مبررات استخدام طريقة المربعات الصغرى.

⁽¹⁾دومنيك سلفاتور ، مرجع سابق، ص152.

أي أن المقدر غير المتحيز ذو التباين الأقل يكون ذو أهمية أكبر من المقدر الذي يكون له تباين أكبر ، إذن:

$$Var(\hat{a}) = E[\hat{a} - E(\hat{a})]^2 = E[\hat{a} - a]^2$$

لدينا: $E(\hat{a}) = a + E[b - E(b)]\bar{X} + \bar{e}$

$$\bar{e} = \frac{1}{n} \sum \bar{e}_i$$

حيث أن: $Var(\bar{e}) = E\left[\frac{1}{n} \sum \bar{e}_i\right]^2$

$$E\left[\frac{1}{n} \sum e_i\right]^2 = \frac{S_i^2}{n}$$

و باستخدام الفروض:

$$E(e_i^2) = S_i^2$$

$$E(e_i e_j) = 0 \quad i \neq j$$

حيث أن: $E(a) - a = \bar{e} - [E(b) - b]\bar{X}$

$$[E(a) - a]^2 = \bar{e}^2 - [E(b) - b]^2 \bar{X}^2 - 2\bar{e}(E(b) - b)\bar{X}$$

و بذلك فإن:

$$E(a - a)^2 = Var(a) = E(\bar{e}^2) + \bar{X}E(b - b)^2$$

$$Var(b) = E(b - b)^2 = \frac{S_{ei}^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

إذن:

$$Var(b) = \frac{S_{ei}^2}{n} \left[1 + \frac{n\bar{X}}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right] = \frac{S_{ei}^2}{n} \left[\frac{\sum (X_i - \bar{X}) - n\bar{X}^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right]$$

حيث أن:

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = \sum X_i^2 - n\bar{X}^2$$

$$Var(a) = \frac{S_{ei}^2 \sum X_i^2}{n \sum (X_i - \bar{X})^2} \dots\dots\dots(2-7)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad \text{أما بالنسبة لـ } b \text{ فلدينا العلاقة :}$$

بوضع: $C_i = \frac{x_i}{\sum x_i^2}$ كمقدار ثابت تصبح: $\hat{b} = \sum C_i y_i$ أي:

$$\text{Var}(\hat{b}) = \text{Var}(\sum C_i y_i)^2 = \sum C_i^2 \text{Var}(y_i) = \sum C_i^2 S_{ei}^2$$

و حيث أن y_i تتغير بسبب e_i فقط ثبات X_i فرضيا:

$$\text{var}(\hat{b}) = \sum C_i^2 S_{ei}^2 = \sum \left(\frac{x_i}{\sum x_i^2} \right)^2 S_{ei}^2 = \frac{\sum x_i^2}{(\sum x_i^2)^2} S_{ei}^2$$

$$\text{var}(\hat{b}) = \frac{S_{ei}^2}{\sum x_i^2} \dots \dots \dots (2-8) \text{ إذن:}$$

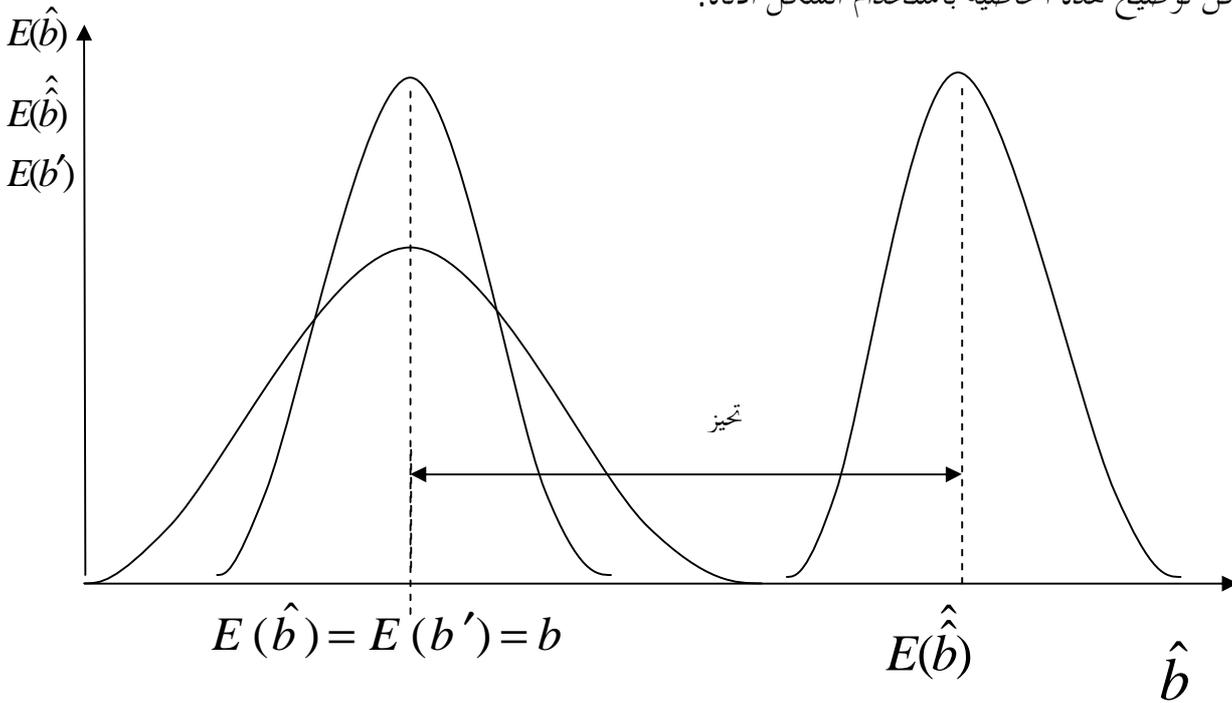
3- خاصية الكفاءة:

يعتبر المقدر كفو إذا توفرت فيه الخاصيتين السابقتين معا أي إذا كان:

$$E(\hat{b}) = b \text{ غير متحيز 1-}$$

2- يتمتع بصفة أقل تباين : $\text{Var}(\hat{b}) < \text{Var}(\hat{b}')$ حيث \hat{b} مقدر آخر.

فيمكن توضيح هذه الخاصية باستخدام الشكل أدناه:



الشكل (8): المقدر الكفاء

المصدر: عبد القادر محمد عبد القادر ، مرجع سابق ، ص183.

4- خاصية الاتساق:

إذا واجهنا مشكلة تحيز مقدر ما ، فإننا ننظر إلى خاصية التقاربية لذلك المقدر و يحدث ذلك عندما يكون المتغير المستقل عبارة عن متغير تابع و متأخر بفترة زمنية ما **lagged endogenous variable** ، ونقول عن \hat{b} مثلا بأنه مقدر متسق لـ : **consistency estimator b** ، إذا و كلما كانت (n)

تؤول إلى ما لا نهاية فإن توزيع المعاينة لـ \hat{b} يقترب من القيمة الحقيقية لـ b و نقول أن النهاية الاحتمالية

$$P \lim_{n \rightarrow \infty} (\hat{b}) = b \quad (1) \text{ : نكتب } b \text{ و } \hat{b} \text{ هي:}$$

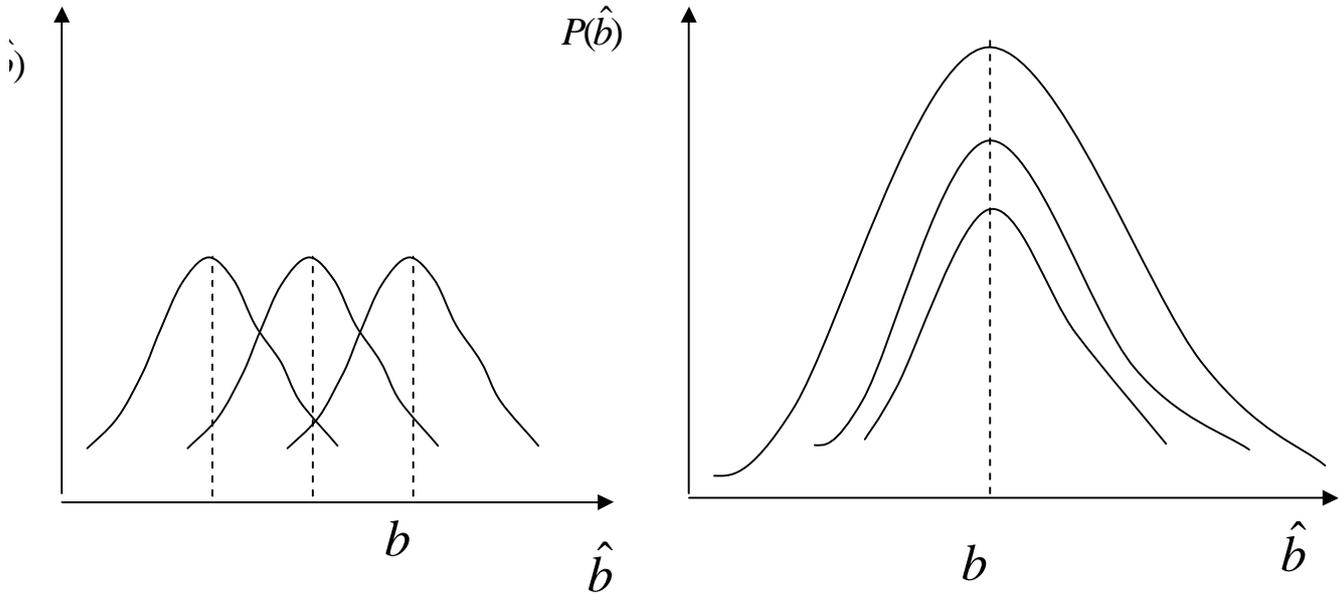
لكن الشرط غير كافي للحصول على مقدر متسق ، بل يجب أن تكون قيمتي التحيز و التباين تقتربان أو

$$i) \lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{b}) = P \lim_{n \rightarrow \infty} (\hat{b}) = b \quad \text{تساويان الصفر كلما اقترب حجم العينة (n) من المالا نهاية :}$$

$$ii) \lim_{n \rightarrow \infty} Var(\hat{b}) = P \lim_{n \rightarrow \infty} Var(\hat{b}) = 0$$

و بتحقيق هذين الشرطين نقول عن المقدر (\hat{b}) أنه مقدر متسق للمعلمة الحقيقية (b) .

و يمكن توضيح ذلك في الشكلين التاليين :



الشكل (9): حالة الميل \hat{b} غير متحيز المصدر (للسكولين): عبد القادر محمد عبد القادر ، مرجع سابق ، ص 183.

الشكل (10): حالة الميل \hat{b} متحيز لكن متسق

إذن يكون المقدر متسقا إذا اقتربت قيمته من المعلمة الحقيقية مع اقتراب حجم العينة من ما لا نهاية (بمعنى

أنه غير متحيز في اللانهاية) و ينتهي توزيعه إلى المعلمة الحقيقية⁽²⁾.

5- خاصية الخطية :

و تعني أن كلا من مقدرتي المربعات الصغرى يعتبر دالة خطية في التابع (Y) .

فإذا كانت لدينا قيم مشاهدة Y_1, Y_2, \dots, Y_n فإن \hat{b} يعتبر مقدرًا خطيًا إذا كانت $(C_i \text{ ثوابت})$:

(1) تومي صالح ، مرجع سابق ص 45.

(2) دومنيك سلفاتور ، مرجع سابق ، ص 144.

$$\hat{b} = C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + \dots + C_n Y_n$$

و يلاحظ أن خطية العلاقة على هذا النحو تسهل من العمليات الحسابية لـ \hat{b} و تجعلها بسيطة مقارنة مع العلاقة غير الخطية⁽¹⁾.

إذن يمكن كتابة العبارة السابقة على النحو التالي:

$$B = \sum_{i=1}^n C_i Y_i$$

$$C_i = W_i + D_i \text{ حيث}$$

حيث W_i هو عبارة عن قيم ثابتة غير متحركة في كل العينات المتكررة كما هو محدد سابقا ، أما D_i فهو عبارة عن ثابت مختار.

و لكي يكون B مقدر b غير متحيز ، يجب أن تتوفر بعض الشروط في d_i :

$$B = \sum C_i Y_i = a \sum C_i + b \sum C_i X_i + \sum C_i e_i$$

$$E(b) = a \sum C_i + b \sum C_i X_i$$

و يكون $E(B) = b$ إذا و فقط إذا تحقق الشرطان :

$$(i): \sum C_i = 0 \quad (ii): \sum C_i X_i = 1$$

و منه تظهر الشروط الواجب توافرها في d_i وهي:

$$\sum d_i = 0 , \sum d_i X_i = \sum d_i X_i = 0$$

ليصبح تعريف المقدر (B) بالمعادلة $B = \sum C_i Y_i$ على الشكل التالي: $B = b + \sum C_i e_i$

أما تباينه فهو:

$$\text{Var}(b) = E(B - b)^2$$

$$= E(\sum C_i e_i)$$

$$\text{Var}(b) = \mathbf{s}_n^2 \sum C_i$$

بالمقارنة مع الصيغة السابقة لـ $\text{Var}(\hat{b})$ نجد:

$$\text{Var}(B) = \mathbf{s}_{ei}^2 \sum W_i^2 + \mathbf{s}_{ei}^2 \sum d_i^2$$

و مع $\sum W_i d_i = 0$ نجد:

$$\text{Var}(B) = \text{Var}(\hat{b}) + \mathbf{s}_{ei}^2 \sum d_i^2$$

و منه فإن: $\text{Var}(B) - \text{Var}(\hat{b}) = \mathbf{s}_{ei}^2 \sum d_i^2 \geq 0$

من المؤكد أن $\sum d_i^2$ تساوي الصفر فقط إذا كانت كل قيمة لـ d_i مساوية للصفر.

إذن يكون لمقدرات المربعات الصغرى العادية (\hat{b}) أصغر تباين بالمقارنة مع كل تباينات المقدر الخطية وغير

المتحيزة الأخرى ، و بالتالي يحقق نظرية Gauss-Markov⁽²⁾.

و بهذا يسمى (\hat{b}) بالمقدر الأمثل.

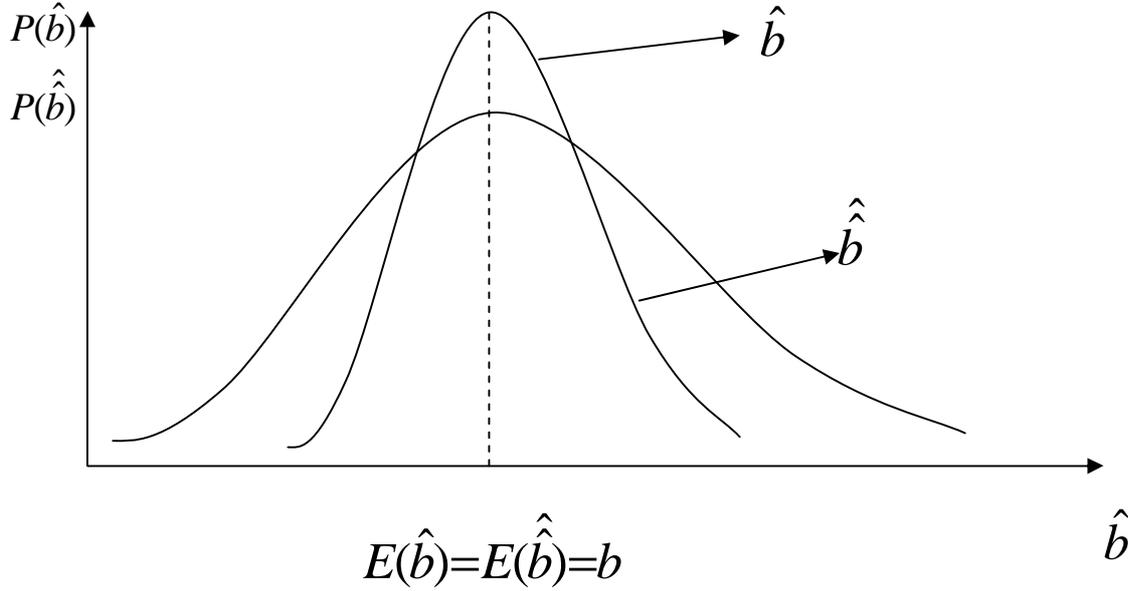
(1) امثال محمد حسن ، محمد علي محمد ، الاستدلال الإحصائي ، الدار الجامعية ، الإسكندرية ، بدون سنة النشر ، ص 289.

(2) تومي صالح ، مرجع سابق، ص 43.

عموما إذا كان لدينا مقدرين لجمع ما: (\hat{b}) و (\hat{b}) وكان:

$$Var(\hat{b}) < Var(\hat{b})$$

ومع كون كلاهما غير متحيز فإن (\hat{b}) يعتبر أفضل مقدر لأن له أصغر تباين كما هو موضح في الشكل أدناه:



الشكل (11): تباين \hat{b} أصغر من تباين \hat{b}

المصدر: عبد القادر محمد عبد القادر ، مرجع سابق ، ص 182.

إن المقدر غير المتحيز وبأكبر تباين حول القيمة الحقيقية للمعلمة يكون ذا أهمية أقل من المقدر غير المتحيز ، وبأقل تباين ومنه يمكن القول⁽¹⁾:

$$Var(\hat{a}) = E[\hat{a} - E(\hat{a})]^2 = E[\hat{a} - a]^2$$

$$Var(\hat{a}) = s_{ei}^2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{n} - \bar{X} W_i \right]^2 = s_{ei}^2 \frac{\sum X_i^2 \sum W_i^2}{n}$$

و كذلك:

$$Var(\hat{b}) = E[\hat{b} - E(\hat{b})]^2 = E[\hat{a} - a]^2$$

$$Var(\hat{a}) = E[\sum W_i e_i]^2 = s_{ei}^2 W_i^2 = \frac{s_{ei}^2}{\sum x_i^2} \dots \dots \dots (2-10)$$

أما التباين المشترك فهو:

$$\begin{aligned} Cov(\hat{a}, \hat{b}) &= E[\hat{a} - E(\hat{a})][\hat{b} - E(\hat{b})] \\ &= -\bar{X} E[\sum W_i e_i]^2 \end{aligned}$$

$$Cov(\hat{a}, \hat{b}) = -\bar{X} s_{ei}^2 \sum W_i^2 = \frac{-\bar{X} s_{ei}^2}{\sum X_i^2} \dots \dots \dots (2-11)$$

(1) تومي صالح ، مرجع سابق، ص 41.

المطلب الثالث: الارتباط

أولا- المفهوم الأنواع والخصائص :

1- مفهوم الارتباط:

هو العلاقة بين متغيرين سواء في قيمة مجموعة معينة موزعة حسب متغيرين كحالات فردية، أو موزعة في جدول تكراري يعبر عن مجموعة من الأفراد ، وقد يكون الارتباط بين المتغيرين المراد قياس العلاقة بينهما في نفس الاتجاه. بمعنى أنه زيادة الأول تؤدي إلى زيادة الثاني هنا تسمى العلاقة الارتباطية الموجبة ، والعكس يؤدي إلا العلاقة الارتباطية السالبة⁽¹⁾.

الارتباط يدرس مدى العلاقة بين الظواهر المختلفة لمعرفة ما إذا كان تغير أحدهما مرتبط بتغير الآخر⁽²⁾.

تعني علاقة الارتباط بين ظاهرتين أن يكون التغير في إحدى الظاهرتين مقترنا بالتغير في الأخرى، وقد يكون هذا الارتباط قويا أو ضعيفا ، كما قد يكون طرديا (موجبا). بمعنى أن زيادة الظاهرة الأولى تتبعها زيادة قيمة الظاهرة الثانية، كما قد يكون عكسيا (سالبا) إذا كانت الزيادة في قيمة الظاهرة الأولى يتبعها نقص في قيمة الظاهرة الثانية⁽³⁾.

معامل الارتباط هو عبارة عن مؤشر لقياس العلاقة فيما بين متغيرين ليوضح مدى تأثير أو درجة تأثير أحد المتغيرين بالآخر ، أحدهما متغير تابع و الآخر مستقل⁽⁴⁾.

الارتباط هو وصف لقوة العلاقة بين المتغيرات المتعددة في تفسير بعضها، لتحديد مدى تأثير هذه المتغيرات ببعضها ليحدد بذلك أو ليصف العلائقية (الترابطية) بين المتغيرات⁽⁵⁾.

إذن الارتباط هو وصف لدرجة تأثير أحد المتغيرين بالآخر ومدى العلاقة الواقعة بين هذين المتغيرين .

2- أنواع الارتباط⁽⁶⁾:

أ- من حيث قوته:

١- ارتباط كامل (قيمته=1 أو =-1) compliment correlation وهذا يعني أن تغير أحد المتغيرين يتوقف كلياً على تغير الآخر ، مثل مساحة المربع وطول الضلع.

٢- ارتباط جزئي Partial Correlation وهذا يعني أنه يوجد ارتباط ولكن ليس بقوة الارتباط السابق.

ب- من حيث عدد المتغيرات التي تؤخذ بعين الاعتبار:

١- ارتباط بسيط: Simple Correlation حيث ندرس العلاقة بين متغيرين فقط.

٢- ارتباط متعدد: Multiple Correlation حيث ندرس العلاقة بين أكثر من متغيرين.

ج- من حيث العلاقة التي تربط المتغيرين:

(1) سعد الدين أبو الفتوح الشرنوبلي، مرجع سابق، ص131.

(2) فائق شقير ، عليان الشريف، مرجع سابق، ص157.

(3) امتثال محمد حسن ، مرجع سابق، ص115.

(4) Charles T Hongren , op cit , P828.

(5) Murry R Spiegel , theory and problems of statistics , Mc GRAW Hill Edition , New York , P241.

(6) فائق شقير و آخرون، مرجع سابق ، ص157.

١- ارتباط خطي (علاقة على شكل خط في الانحدار).

٢- ارتباط غير خطي (علاقة غير خطية في الانحدار).

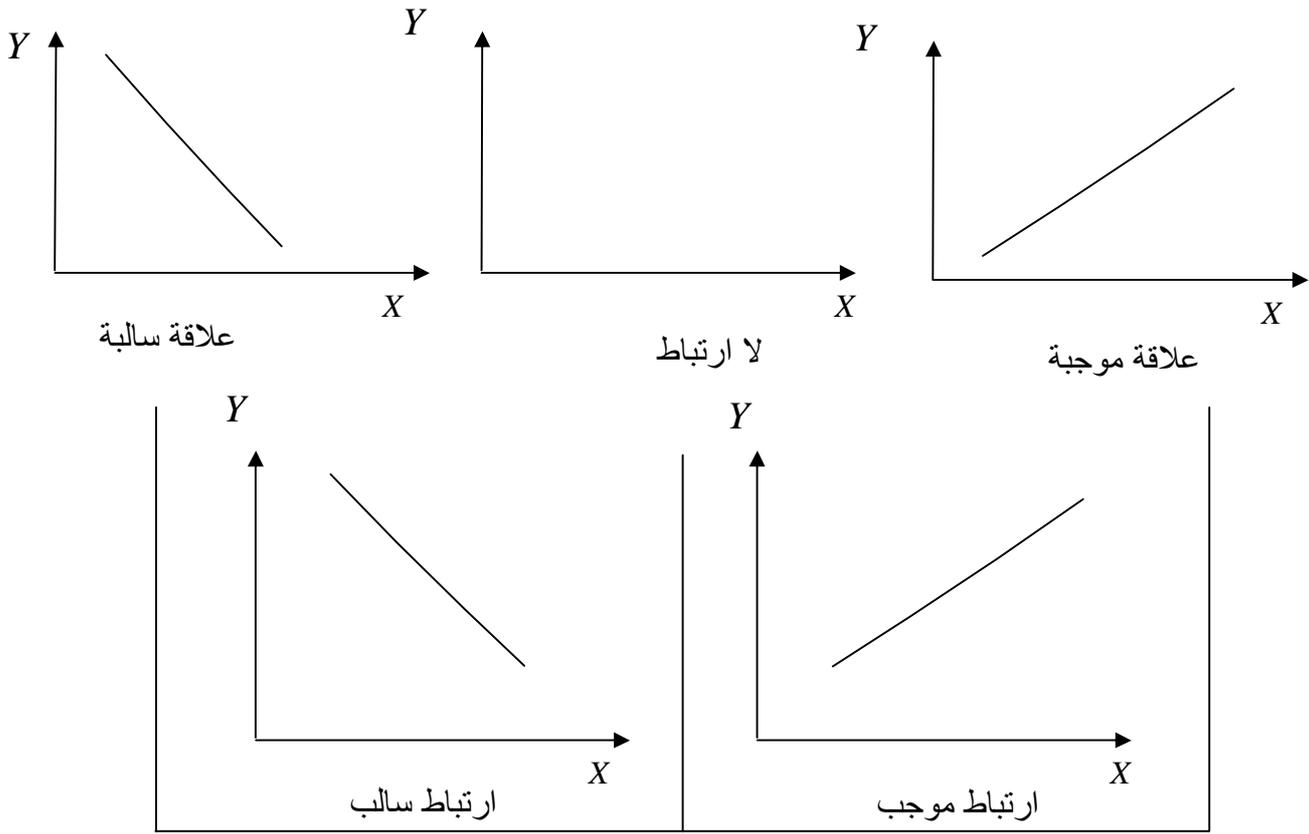
و بصفة عامة فإن درجات الارتباط أو مستوياته يمكن أن تتحدد على ضوء قيم معامل الارتباط التالية:

جدول رقم (1) : درجات الارتباط

مدى الحكم على الارتباط	قيمة معامل الارتباط
درجة ارتباط عالية قوية	من $0.7 \pm$ إلى $1 \pm$
درجة ارتباط متوسطة	من $0.4 \pm$ إلى $0.7 \pm$
درجة ارتباط منخفضة وضعيفة.	من $0.2 \pm$ إلى $0.4 \pm$
درجة ارتباط ضعيفة للغاية تكاد تكون تنعدم	أقل من $0.2 \pm$

المصدر: سعد الدين أبو الفتوح الشرنوبي، مرجع سابق، ص 132.

كما يمكن توضيح معامل الارتباط و فقاً للبيان أدناه:



-1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2 0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0

الشكل (12): ترجمة معامل الارتباط بيانيا

المصدر:

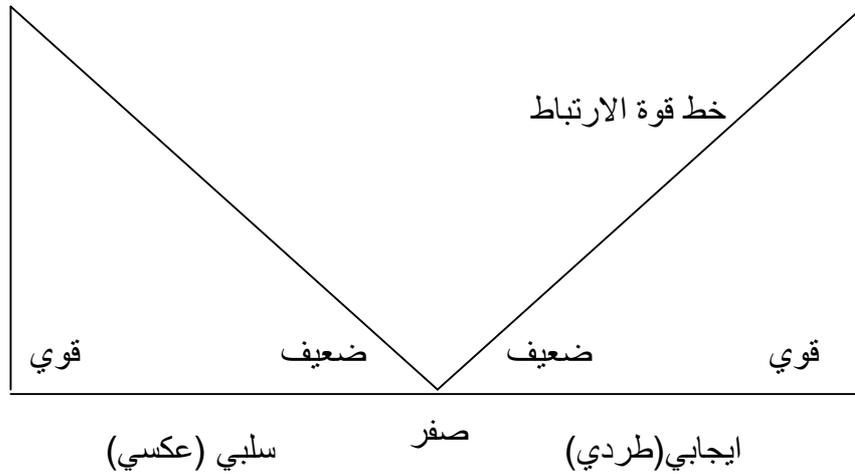
Joseph G Monk , gestion de la production et des opération , traduit par: Jean-Claude Engrand , Mc GRAW-Hill Edition , Paris , 1993, p168

3- خصائص الارتباط:

- أ- إذا وقعت جميع نقاط لوحة الانتشار على خط مستقيم فقيمة (r) تكون ± 1 .
- ب- إذا لم توجد علاقة خطية بين المتغيرين تكون قيمة (r) صفر.
- ج- إذا كانت $1 > r > 0$ فإن هذا يعني أنه توجد علاقة ايجابية تقوى كلما اقتربنا من الواحد و تضعف بالعكس.
- د- بما أن الانحراف المعياري للقيم التي ليست كلها متساوية يكون موجبا فإن معامل الارتباط للقيم المعيارية هو نفسه للقيم الأصلية ، لأن التحويل إلى القيم المعيارية تحويل خطي⁽¹⁾.
- هـ- إذا كان تباين (X) الذي هو (Sx) أو تباين (Y) و الذي هو (Sy) معدوما فإن معامل الارتباط سيكون معدوما.
- و- إذا كان التباين (بسط معامل الارتباط) معدوما أي:

$$COV(X, Y) = \sum (Xi - \bar{X})(Yi - \bar{Y}) = 0$$

- فإن معامل الارتباط يكون مساويا للصفر ، وعموما تقل القيمة العددية للتباين ، وبالتالي القيمة العددية لمعامل الارتباط مع زيادة تجانس الظاهرتين⁽²⁾.
- و يمكن وصف اتجاه العلاقة و مدى قوتها من خلال البيان التالي:



الشكل (13): قوة واتجاه العلاقة التي يصفها الارتباط.

المصدر: فائق شقير و آخرون ، مرجع سابق، ص159.

(1) عوض منصور ، مرجع سابق، ص168.
 (2) امثال محمد حسن ، مرجع سابق، ص221.

ثانيا - قياس الارتباط :

1 - معامل الارتباط:

إذا كانت المتغيرات $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ ، وأردنا معرفة ما إذا كان تغير (Y) مرتبط بتغير (X) فإنه لا بد من وجود أساس نقيس من خلاله هذا التغير ، و أفضل نقطة في هذه الحالة هي المتوسط الحسابي لكل من (X) و (Y) و بذلك نحصل على الانحرافات القيم حولها. وبما أن هذه الانحرافات مقاسة بنفس الوحدات التي بها كلى المتغيرين نقسم هذه الانحرافات على القيم المعيارية التالية لكل المتغيرين:

$$d_x = \frac{X_1 - \bar{X}}{S_x}, \frac{X_2 - \bar{X}}{S_x}, \dots, \frac{X_n - \bar{X}}{S_x} : (X) \text{ القيم المعيارية للمتغير}$$

$$d_y = \frac{Y_1 - \bar{Y}}{S_y}, \frac{Y_2 - \bar{Y}}{S_y}, \dots, \frac{Y_n - \bar{Y}}{S_y} : (Y) \text{ القيم المعيارية للمتغير}$$

إذا كانت القيمة المعيارية لكل القيم المتناظرة متقاربة فإن العلاقة طردية شريطة أن تحمل نفس الإشارة، أما إذا اختلفت الإشارة فإن العلاقة عكسية⁽¹⁾.
ويمكن إيجاد معامل الارتباط ل"بيرسون" كما يلي⁽²⁾:

$$r = \frac{1}{n} \left(\frac{X_1 - \bar{X}}{S_x}, \frac{Y_1 - \bar{Y}}{S_y} \right) + \left(\frac{X_2 - \bar{X}}{S_x}, \frac{Y_2 - \bar{Y}}{S_y} \right) + \dots + \left(\frac{X_n - \bar{X}}{S_x}, \frac{Y_n - \bar{Y}}{S_y} \right)$$

$$= \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{S_x S_y}$$

$$= \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum X_i^2 - \bar{X}^2} \sqrt{\sum Y_i^2 - \bar{Y}^2}} \dots \dots (2-12)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sqrt{\sum X_i^2 - \bar{X}^2} \sqrt{\sum Y_i^2 - \bar{Y}^2}} \dots \dots (2-13)$$

إذن:

2 - معامل التحديد: R^2

عند تقدير معادلات نموذج الانحدار يكون من الضروري استخدام معامل التحديد (R^2) لمعرفة مدى جودة توفيق خط الانحدار المقدر لكل من المتغير التابع و المتغير المستقل ، لذلك فان استخدام معامل التحديد (R^2) التي لها علاقة بانحراف المشاهدات عن أفضل تقدير ، والذي يقيس نسبة التغير في المتغير التابع نتيجة التغير في المتغير المستقل، بمعنى آخر يقيس معامل التحديد (R^2) نسبة مساهمة تغير المتغير المستقل في التغير في الحاصل في المتغير التابع، وتتراوح قيمته بين الصفر و الواحد $0 \leq R^2 \leq 1$ ⁽³⁾.

(1) فائق شقير و آخرون، مرجع سابق، ص160.

(2) علي لزعر، الإحصاء توفيق المنحنيات ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 2000، ص98.

(3) مجيد علي حسين، مرجع سابق، ص152.

حيث لدينا: $\hat{e}_i = Y_i - \hat{Y}_i$ خطأ التقدير.

أي أن: $Y_i = \hat{Y}_i + \hat{e}_i$

بطرح \bar{Y} من طرفي المعادلة السابقة نجد: $Y_i - \bar{Y} = \hat{Y}_i - \bar{Y} + \hat{e}_i$

و بتربيع طرفي المعادلة أعلاه و جمعها بالنسبة لكل (i) نحصل على:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n e_i^2 \dots \dots (2-14)$$

و كما تم التوضيح سابقا:

$$SST = (Y_i - \bar{Y})^2$$

$$SSE = (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$SSR = \sum e_i^2$$

و بذلك نعيد صياغة المعادلة (2-14) على الشكل التالي: $SST = SSE + SSR$

و بقسمة كل الأطراف على (SST) نجد: $\frac{SSE}{SST} + \frac{SSR}{SST} = 1$

ومنه نجد أن معامل التحديد ($R^2 = r^2$) (*) كما يلي:

$$R^2 = r^2 = \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{SSR}{SST} \dots \dots (2-15)$$

وبما أن (SSR) محصور بين الصفر و (SST) (حسب قانون المربعات الصغرى) فإن (R^2) يكون محصور

بين الصفر و الواحد: $0 \leq R^2 \leq 1$.

ثالثا - ارتباط الرتب : The Rank Correlation

في بعض الحالات كاختبارات الذكاء أو غيرها يكون من المرغوب فيه وضع النتائج في صورة رتب Rank (درجات) حتى يسهل التعامل معها مقارنة بصعوبة ذلك مع البيانات الأصلية (لأنها درجات)، كأن يقوم اثنان من الممتحنين بعمل تقديرات الذكاء لمجموعة من الطلبة حيث (X1) تدل على الترتيب الخاص بالممتحن الأول و (X2) تدل على ترتيب الممتحن الثاني.

هذه الترتيبات أو الرتب هي عبارة عن الأعداد الطبيعية من (1) إلى (n) (الأول، الثاني، ...، الأخير) .

وقد استنبط "سبيرمان" "Spearman" معادلة لحساب معامل الرتب الذي يرمز له بالرمز: (r_s) كما يلي⁽¹⁾:

$$r_s = 1 - \left[\frac{6 \sum_{i=1}^n D_i^2}{n(n^2 - 1)} \right] \dots \dots (2-16)$$

حيث أن: n تمثل عدد أزواج الرتب

D_i تمثل الفرق بين فردي نفس الزوج من الرتب.

(*) بالنسبة لنموذج الانحدار البسيط يكون معامل التحديد هو نفسه مربع معامل الارتباط (r)، أما بالنسبة لنموذج الانحدار المتعدد يصبح هذا التعريف غير صحيح لتعدد الارتباطات.

(1) ضياء أحمد القاضي و آخرون، إحصاء ونظم المعلومات، مركز جامعة القاهرة للتعليم المفتوح ، مصر، 1998، ص200.

(1) و (6) تمثل ثوابت مبرهنة بصرف النظر عن n و D_i .

و لاختبار معنوية معامل الرتب حيث كفرضية ابتدائية: $H_0: R=0$

يلزم أن يكون عدد أزواج الرتب أكبر من (4) و عندما يزيد عدد أزواج الرتب عن (8) أزواج يمكن استخدام جدول قيم (r) النظرية.

أو يمكن استخدام توزيع "ستودنت" (t) لاختبار معنوية (r_s) ، كما سيتم توضيحه لاحقاً، ولتوضيح كيفية حساب معامل الرتب (r_s) نأخذ المثال التالي و الخاص بتفضيلات زبائن إحدى المؤسسة وفقاً لدرجات متفاوتة لمنتوجين مختلفين من منتوجات المؤسسة :

جدول رقم (2): خاص بمعطيات المثال

الزبون	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
المنتوج (1)	سيئ	رديء	حسن	جيد	جدا	قريب من الحسن	متوسط	دون الوسط	ممتاز	مقبول
المنتوج (2)	حسن	مقبول	جيد	ممتاز	جيد	متوسط	سيئ	قريب من الحسن	دون الوسط	رديء

المصدر: من إعداد الباحث.

من أجل حساب معامل ارتباط الرتب نقوم بإعطاء قيم عددية لرتب التفضيلات كما في الخانة الأولى من الجدول أدناه:

المرتبة... التفضيل	المنتوج (1)	المنتوج (2)	(D)	(D ²)
1---سيئ	1	7	6	36
2---رديء	2	5	3	9
3---دون الوسط	7	8	1	1
4---متوسط	9	10	1	1
5---مقبول	8	9	1	1
6---قريب من الحسن	6	4	2	4
7---حسن	4	1	3	9
8---جيد	3	6	3	9
9---جيد جدا	10	3	7	49
10---ممتاز	5	2	3	9
المجموع				128

معامل ارتباط الرتب:

$$r_s = 1 - \left[\frac{6 \sum_{i=1}^n D_i^2}{n(n-1)^2} \right] = 1 - \left[\frac{6(128)}{10(10^2 - 1)} \right] = 1 - 0.776 = 0.224$$

إذن معامل ارتباط رتب تفضيلات المتوج الأول مع رتب تفضيلات المتوج الثاني هو $r_s = 0,224$ وبالرجوع إلى جدول قيم (r) النظرية عند مستوى معنوية $a = 5\%$ و درجات حرية $n=10$ نجد أن: (r) الجدولية $r = 0,632$ إذن يمكن الحكم بقبول الفرضية النظرية ($R=0$) أي العدم كما سيتم تفصيله في الفصول القادمة.

المبحث الثالث: تحليل الانحدار البسيط

المطلب الأول: الانحدار الخطي البسيط

أولاً - تقدير معاملات النموذج :

في نموذج الانحدار الخطي تكون العلاقة بين المتغيرين التابع و المستقل علاقة خطية (أي من الدرجة الأولى) ، ووفقا لهذا الفرض فإنه هناك مجموعة من الطرق لتقدير معاملات النموذج \hat{a} و \hat{b} ، تتمحور كلها حول فكرة تصغير مربع الانحرافات ومن ضمن هذه الطرق:

1- طريقة التقدير حول الأصل:

تستخدم هذه الطريقة القيم الأصلية ، لذلك يطلق عليها الطريقة الاعتيادية للتقدير، معتمدة على تصغير أخطاء

التقدير إلى أدنى حد ممكن أي: $Min(\sum e_i^2)$

حيث أن: $\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ و $\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)^2$

بالاشتقاق بالنسبة لـ \hat{a} : نجد: $\frac{\sum e_i^2}{d\hat{a}} = -2 \sum (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \dots (2-17)$

و بالاشتقاق بالنسبة للمعلمة \hat{b} نجد: $\frac{\sum e_i^2}{d\hat{b}} = -2X_i \sum (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \dots (2-18)$

بقسمة طرفي المعادلة (2-17) على (2-) وإدخال صيغة الجمع وحذف الأقواس نجد:

$$\sum Y_i = n\hat{a} + \hat{b} \sum X_i \dots (2-19)$$

بقسمة طرفي المعادلة (2-18) على (2-) وإدخال صيغة الجمع وحذف الأقواس نجد:

$$\sum X_i Y_i = \hat{a} \sum X_i + \hat{b} \sum X_i^2 \dots (2-20)$$

إذن المعادلتين:

$$\sum Y_i = n\hat{a} + \hat{b} \sum X_i \dots (2-19)$$

$$\sum X_i Y_i = \hat{a} \sum X_i + \hat{b} \sum X_i^2 \dots (2-20)$$

تسميان بالمعادلتين الطبيعيين أو الآتيين.

و لتقدير المعاملات \hat{a} و \hat{b} نستعين بطرق منها:

1-1 - طريقة الحذف⁽¹⁾: Elimination method:

بضرب المعادلة (2-19) في $\sum Xi$ و المعادلة (2-20) في (n) نجد:

$$\sum Yi \sum Xi = n\hat{a} \sum Xi + \hat{b} \sum Xi^2 \dots\dots(2-21)$$

$$n \sum Xi Yi = n\hat{a} \sum Xi + n\hat{b} \sum Xi^2 \dots\dots(2-22)$$

و بطرح المعادلة (2-21) من المعادلة (2-22) نجد:

$$n \sum Xi Yi - \sum Yi \sum Xi = n\hat{b} \sum Xi^2 - \hat{b} (\sum Xi)^2$$

$$n \sum Xi Yi - \sum Yi \sum Xi = \hat{b} (n \sum Xi^2 - (\sum Xi)^2) \text{ ومنه:}$$

و بالقسمة على: $(n \sum Xi^2 - (\sum Xi)^2)$ نجد:

$$\hat{b} = \frac{n \sum Xi Yi - \sum Yi \sum Xi}{n \sum Xi^2 - (\sum Xi)^2} \dots\dots(2-23)$$

و لإيجاد قيمة \hat{a} نقسم المعادلة (2-19) على (n) لنجد:

$$\frac{\sum Yi}{n} = \frac{n\hat{a}}{n} + \hat{b} \frac{\sum Xi}{n}$$

$$\bar{Y} = \hat{a} + \hat{b}\bar{X} \text{ إذن:}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} \dots\dots(2-24) \text{ ومنه:}$$

1-2 - طريقة التعويض: Substitution method:

بهدف إيجاد قيمة المعاملات \hat{a} و \hat{b} وفقا لهذه الطريقة هي إيجاد الحد الثابت \hat{a} أولا ، بدلا من إيجاد \hat{b} هو الأول وذلك تبعا للخطوات التالية⁽²⁾:

$$\sum Xi Yi = \hat{a} \sum Xi + \hat{b} \sum Xi^2 \dots\dots(2-20) \text{ حيث انطلقا من المعادلة:}$$

$$\sum Xi Yi = \hat{b} \sum Xi^2 - \hat{a} \sum Xi \text{ بترتيب هذه المعادلة نجد:}$$

نعوض في هذه المعادلة بالحد الثابت \hat{a} فنحصل على:

$$\sum Xi Yi = \hat{b} \sum Xi^2 - \left(\frac{\sum Yi}{n} - \hat{b} \frac{\sum Xi}{n} \right) \sum Xi$$

$$\sum Xi Yi = \hat{b} \sum Xi^2 + \frac{\sum Yi \sum Xi}{n} - \hat{b} \frac{(\sum Xi)^2}{n}$$

$$\sum Xi Yi = \hat{b} \left(\sum Xi^2 - \frac{(\sum Xi)^2}{n} \right) + \frac{\sum Yi \sum Xi}{n} \text{ ومنه:}$$

$$\hat{b} \left(\sum Xi^2 - \frac{(\sum Xi)^2}{n} \right) = \sum Yi Xi - \frac{\sum Yi \sum Xi}{n} \text{ إذن:}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum Yi Xi - \bar{Y}\bar{X}}{\sum Xi^2 - \bar{X}^2} \dots\dots(2-25) \text{ ومنه:}$$

(1) أحمد شيبات ، الإحصاء الوصفي، نقله إلى العربية: حسان زواش، كلية العلوم والهندسة، جامعة قسنطينة، الجزائر، 2001، ص119.

(2) Rchid Ben dib , op , cit, P36.

وتبقى \hat{a} بنفس الصيغة: $\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X}$(2-24)

1-3- طريقة المحددات: determinant method

باستخدام هذه الطريقة يمكن تقدير معاملات النموذج الخطي البسيط \hat{a} و \hat{b} وذلك بتطبيق قاعدة "كرامر" Cramm's Rule انطلاقاً من المعادلتين الاعتياديتين كما يلي:

$$\sum Y_i = n\hat{a} + \hat{b}\sum X_i \dots\dots(2-19)$$

$$\sum X_i Y_i = \hat{a}\sum X_i + \hat{b}\sum X_i^2 \dots\dots(2-20)$$

نقوم ببناء المصفوفات التالية:

$$\begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum Y_i X_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix} \dots\dots(2-26)$$

حيث نشير للمصفوفة المكونة من عمودين وسطرين والتي أمام المساواة مباشرة بالرمز (A)، ولإيجاد قيمة \hat{a} و \hat{b} نقوم بما يلي:

$$|A| = \begin{vmatrix} n & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{vmatrix} = n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2$$

- تحديد محدد المصفوفة (A):

$$N_0 = \begin{vmatrix} \sum Y_i & \sum X_i \\ \sum Y_i X_i & \sum X_i^2 \end{vmatrix} = \sum Y_i \sum X_i^2 - \sum Y_i X_i \sum X_i$$

- نضع (N_0) كما يلي:

$$\hat{a} = \frac{N_0}{|A|} = \frac{\sum Y_i \sum X_i^2 - \sum Y_i X_i \sum X_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \dots\dots(2-27)$$

- إذن قيمة \hat{a} هي:

$$N_1 = \begin{vmatrix} n & \sum Y_i \\ \sum X_i & \sum Y_i X_i \end{vmatrix} = n\sum Y_i X_i - \sum X_i \sum Y_i$$

و لإيجاد قيمة \hat{b} نضع (N_1) كما يلي:

$$\hat{b} = \frac{N_1}{|A|} = \frac{n\sum Y_i X_i - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \dots\dots(2-28)$$

إذن قيمة \hat{b} هي:

2- طريقة التقدير حول المتوسط⁽¹⁾:

باستخدام هذه الطريقة يتم إيجاد انحرافات Deviations كل من المتغيرات التابع (Y_i) و المستقل (X_i) عن الوسط الحسابي لكل منهما ، وذلك بتطبيق فكرة تصغير البواقي (الانحرافات) إلى أدنى حد

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}, \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

ممكن حيث لدينا المتوسط الحسابي للظاهرتين:

$$\bar{Y} = \hat{a} + \hat{b}\bar{X} \dots\dots(2-24)$$

من المعادلة نجد:

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i$$

ولدينا المعادلة الأولية:

و بطرح المعادلة: $\bar{Y} = \hat{a} + \hat{b}\bar{X}$ من المعادلة الأولية نجد:

$$\hat{Y}_i - \bar{Y} = \hat{a} - \hat{a} + \hat{b}X_i - \hat{b}\bar{X}$$

$$\hat{Y}_i - \bar{Y} = \hat{b}(X_i - \bar{X})$$

(1)Rachid Ben Dib , op ,cit, P37.

وكما وضعنا أنفاً: $\hat{y}_i = \hat{Y}_i - \bar{Y}$ و $x_i = X_i - \bar{X}$ و $y_i = Y_i - \bar{Y}$

إذن: $\hat{y}_i = \hat{b} x_i$ (2-29)

وبما أن $e_i = y_i - \hat{y}_i$ و بتعويض قيمة \hat{y}_i من المعادلة (2-29) نحصل على:

$$e_i = y_i - \hat{b} x_i$$

و بالجمع و الترتيب نجد: $\sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{b} x_i)^2$

لاشتقاق \hat{a} و \hat{b} نقوم بتصغير $\sum e_i^2$:

$$\frac{d \sum e_i^2}{d \hat{b}} = -2 \sum (y_i - \hat{b} x_i) = 0$$

بالقسمة على (-2) وفك الأقواس نحصل على:

$$\sum y_i x_i - \hat{b} \sum x_i^2 = 0$$

$$\hat{b} = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2} \text{(2-30) إذن}$$

أما \hat{a} فتبقى كما في الصيغة: $\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b} \bar{X}$ (2-24)

3- طريقة الدمج⁽¹⁾:

هذه الطريقة تجمع بين الطريقتين السابقتين معا ، أي تجمع بين طريقتي القيم الأصلية و طريقة الانحرافات عن الأوساط الحسابية ، وبذلك يمكن الوصول إليها من خلال الصيغة:

$$\hat{b} = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2} \text{(2-30)}$$

حيث لدينا: $y_i = Y_i - \bar{Y}$ ومنه:

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \frac{\sum x_i (Y_i - \bar{Y})}{\sum x_i^2} \\ &= \frac{\sum x_i y_i - \bar{Y} \sum x_i}{\sum x_i^2} \end{aligned}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} \text{(2-31) فإن } \sum x_i = 0 \text{ و } x_i = X_i - \bar{X}$$

أما \hat{a} فيبقى لها نفس التحديد السابق في المعادلة: $\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b} \bar{X}$ (2-24)

ثانياً - تقييم معاملات النموذج و اختبار الخطأ المعياري :

طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) دالة في معاينة البيانات ، لكن كما هو معروف أن البيانات تتغير من عينة إلى أخرى، يترتب على ذلك تغير في مقدرات النموذج ، تأسيساً على ذلك نحتاج إلى قياس معقول و دقيق لقياس مقدرات النموذج \hat{a} و \hat{b} .

(1) مجيد علي حسين ، مرجع سابق، ص122.

إحصائياً دقة المقدرات تقاس باستخدام الخطأ المعياري S_e (Standard Error) حيث يمكن الوصول إلى ذلك باستخدام (OLS) كما يلي⁽¹⁾:

$$\text{تباين لـ } \hat{b} : \text{Var}(\hat{b}) = \frac{S^2}{\sum x_i^2}$$

$$\text{و الانحراف المعياري لـ } \hat{b} : S_e(\hat{b}) = \sqrt{\text{Var}(\hat{b})} = \sqrt{\frac{S^2}{\sum x_i^2}}$$

$$\text{تباين لـ } \hat{a} : \text{Var}(\hat{a}) = \frac{S^2 \sum Xi}{n \sum x_i^2}$$

$$\text{و الانحراف المعياري لـ } \hat{a} : S_e(\hat{a}) = \sqrt{\text{Var}(\hat{a})} = \sqrt{\frac{S^2 \sum Xi}{n \sum x_i^2}}$$

حيث S^2 تباين الخطأ العشوائي المساوي إلى:

$$\hat{S}^2 = \frac{\sum e^2_i}{df} = \frac{\sum e^2_i}{n-k}$$

حيث ينسب إلى (Y) أي \hat{S}_Y^2

كما أن الانحراف المعياري للمعلمتين يكون كما يلي:

$$S_b = \frac{S^2_{ei}}{\sum x_i^2}$$

$$S_a = \frac{S^2_{ei} \sum Xi^2}{n \sum x_i^2}$$

أما الانحراف المشترك لقيم المتغيرين (X) و (Y) فيكون بالصيغة:

$$S_{Y.X} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-2}}$$

ليكون ممثلاً بالمعلمتين (\hat{a}) و (\hat{b}) كما يلي:

$$S_{Y.X} = \sqrt{\frac{\sum Yi^2 - \hat{a} \sum Yi - \hat{b} \sum XiYi}{n-2}}$$

و يجري تقييم المعلمتين كما وفقاً للخطأ المعياري كما يلي⁽²⁾:

1- نقوم بحساب الخطأ المعياري للمعلمتين:

$$\hat{S}_a = \sqrt{\frac{\sum e^2_i \sum Xi^2}{n(n-k) \sum x_i^2}} \dots \dots \dots (2-23)$$

$$\hat{S}_b = \sqrt{\frac{\sum e^2_i}{(n-k) \sum x_i^2}} \dots \dots \dots (2-24)$$

⁽¹⁾Charles T Horngren , op cit , P830.

⁽²⁾ عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، مرجع سابق ، صص 149-150.

2- نقوم بمقارنة قيمة الخطأ المعياري لكل معلمة مقدرة بالقيمة المقدرة لهذه المعلمة ، وفي هذه الحالة يوجد أكثر من احتمال:

١- أن يكون : $S_{\hat{b}} < \frac{\hat{b}}{2}$ أي أن الخطأ المعياري يكون أقل من نصف القيمة المقدرة ، وفي هذه الحالة يمكن القول أن هذا الخطأ صغير نسبيا ، ومن ثم تكون القيمة المقدرة من العينة (\hat{b}) لها معنوية إحصائية و يمكن أن نثق فيها كأساس جيد للوصول إلى معلمة المجتمع (b) ، وينطبق نفس الشيء على المعلمة المقدرة (\hat{a}) .

٢- أن يكون : $S_{\hat{b}} > \frac{\hat{b}}{2}$ أي أن الخطأ المعياري يكون أكبر من نصف القيمة المقدرة ، وفي هذه الحالة يمكن القول أن هذا الخطأ كبير نسبيا، ومن ثم تكون القيمة المقدرة من العينة (\hat{b}) ليست لها معنوية إحصائية و لا يمكن أن نثق فيها كأساس جيد للوصول إلى معلمة المجتمع (b)، وينطبق نفس الشيء على المعلمة المقدرة (\hat{a}) .

و مما سبق يتضح أن الخطأ المعياري يساعد على تقرير ما إذا كانت القيم المقدرة (\hat{a}) و (\hat{b}) تختلف معنويا عن الصفر أم لا ، و بمعنى آخر ما إذا كان اختلاف قيم (\hat{a}) و (\hat{b}) عن الصفر هو اختلاف جوهري يرجع للعلاقة الحقيقية بين (X) و (Y) أم أنه اختلاف غير جوهري يرجع لمجرد الصدفة و لا يعبر عن علاقة حقيقية بين المتغيرين (X) و (Y) .

كما يساعد اختبار الخطأ المعياري على تقرير ما إذا كانت العينة التي قدرنا (\hat{a}) و (\hat{b}) منها قد جاءت من مجتمع معلماته الحقيقية (a) و (b) تساوي الصفر أم لا:

فإذا كان: $S_{\hat{b}} > \frac{\hat{b}}{2}$ فإن هذا يعني أن الفرض الصفري: $b=0$ يعتبر صحيحا.

ومن ثم فإن المجتمع الذي سحبت منه العينة تكون معلمته ($b=0$) ، و العكس صحيح ، و المعنى الاقتصادي لقبول أو رفض فرض العدم هو أنه إذا قبلنا فرض العدم ($b=0$) فهذا يعني أن المتغير التفسيري (X) في العلاقة $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X$ لا يؤثر في الواقع على المتغير (Y) ومنه فإن العلاقة الواقعة بين (X) و (Y) تأخذ الصيغة: $\hat{Y} = \hat{a} + 0 = \hat{a}$.

و ذلك بافتراض أن لـ : (\hat{a}) معنوية إحصائية.

وإذا قبلنا فرض العدم لـ : (a) أي ($a=0$) فهذا يعني أن قيمة التابع (Y) هي الصفر ($Y=0$) عندما تساوي قيمة المتغير التفسيري (X) الصفر ($X=0$)، ومن ثم فإن العلاقة الواقعة بين المتغيرين تأخذ الصيغة: $\hat{Y} = 0 + \hat{b}X = \hat{b}X$ (لأن $a=0$) .

المطلب الثاني: حالات اللاخطية للانحدار البسيط

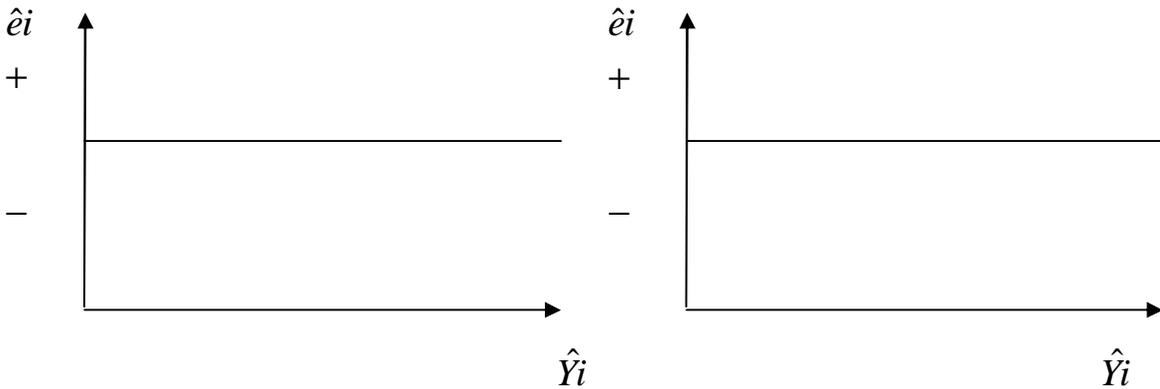
أولاً - تشخيص خطية أو لا خطية النموذج :

يستخدم النموذج الخطي البسيط في قياس علاقة خطية بين متغيرين أحدهما التابع و الآخر مستقل ، بحيث يشير التمثيل البياني لقيمتها من خلال لوحة الانتشار إلى أن العلاقة بين المتغيرين ليست على خط واحد ، وقد تأخذ شكل منحنى (محدب أو مقعر) أو غيرها .

و تأتي الحاجة إلى ضبط المعطيات على شكل منحنى إما لكون شكل انتشار المعطيات يشير إلى اتجاه الانحناء أو بسبب معرفتنا النظرية حول الظاهرتين ، أو نتيجة الخبرة من أن المتغيرات تحت الدراسة علاقتها غير خطية (لكثرة تناولها في الدراسة)⁽¹⁾.

وتتطلب حالة الانحدار الخطي زيادة قوة المتغيرات المستقلة و بالتالي اختلاف معامل كل متغير باختلاف قوة كل متغير، وحيث أن الهدف هو إيجاد أفضل خط انحدار لتطبيق المعطيات ، فعادة ما نبدأ باحتساب الانحدار المستقيم لنرى بعد ذلك أن كنا نستطيع تخفيض نسبة مهمة (معنوية) من مجموعة مربعات البواقي بإضافة تربيع إلى المتغير المستقل ، و نستمر في مثل هذا التغيير بإضافة التكعيب أو أكثر و لغاية الحصول على أفضل تطبيق للمعطيات ، أما إذا كنا على علم مسبق بطبيعة العلاقة بين متغيرات الظاهرة المعنية كأن تكون العلاقة تربيعية أو تكعيبية أو أكثر، عندها نبدأ مباشرة باحتساب المعادلة بموجب القوة المطلوبة للمتغير التابع.

إذا تم تمثيل البواقي (\hat{e}_i) في مقابل قيم التابع المقدرة (\hat{Y}_i) و تبين أن نقاط شكل الانتشار مبعثرة بصورة غير منتظمة فهذا يدل على أن نموذج الانحدار بصورته الخطية يعد ملائماً ، أما إذا أخذت نقاط شكل الانتشار شكلاً منتظماً (شكل منحنى مثلاً) فهذا يدل على أن نموذج الانحدار بصورته الخطية غير ملائم كما يوضحه الشكل التالي:



ملاءمة نموذج الانحدار البسيط

عدم ملاءمة نموذج الانحدار البسيط

شكل رقم (14): تمثيل البواقي (\hat{e}_i) مقابل (\hat{Y}_i) (المقدرة).

المصدر: امتثال محمد حسن، مرجع سابق، ص 340 .

(1) عبد المجيد عبد الحميد البلداوي ، مرجع سابق، ص 542.

و يمكن تلخيص الاختلاف بين الانحدار الخطي البسيط و الانحدار غير الخطي البسيط في:

- 1- أن المعامل الثابت لا يظهر بشكل مطلق تفصله عن الحد الثابت إشارة سالبة (-) أو موجب (+).
- 2- أن معامل الانحدار ليس مضروباً في المتغير المستقل و إنما هو على شكل أس (المعادلة الأسية) أو شكل أساس كما في حال الدالة القوى أو المعادلات المزدوجة :

$$Y = ab^x \quad , \quad Y = aX^b$$

- 3- أن المتغير المستقل (X) لا يظهر بشكله البسيط و إنما يظهر على شكل أس أو أساس كما في النقطة السابقة بالنسبة لمعامل الانحدار أعلاه، أو بشكل لوغاريتمي كما في حال المعادلة النسبية اللوغارتمية التي شكلها: $\frac{Y}{X} = a + b \ln X$

- 4- أن المتغير المعتمد (التابع) قد لا يظهر بشكله الاعتيادي و إنما بصيغ أخرى كما في المعادلة اللوغارتمية. و في أغلب الأحيان يتم تحويل المعادلات غير الخطية إلى معادلات خطية إما بإجراء عمليات رياضية أو بإعادة تعريف المتغيرات (كما سيتم التطرق إليه في النقطة الموالية).

ثانياً- التحويل من اللاخطية إلى الخطية لمعادلات الانحدار:

كثيراً ما تحوي النظرية أو شكل الانتشار إلى وجود علاقة غير خطية و من الممكن تحويل بعض الدوال غير الخطية إلى دوال خطية حتى تتمكن من تطبيق طريقة المربعات الصغرى ، و تطبيق طريقة المربعات الصغرى على العلاقات الخطية المحولة تعطي تقديرات غير متحيزة للميل، و يوضح الجدول أدناه بعض أكثر الدوال شيوعاً و تحويلاتها :

جدول(3): أشكال بعض الدوال غير الخطية و تحويلاتها.

الشكل	الدالة	التحويل
لوغاريتمي مزدوج	$Y = a X^b e_i^m$	$Y^* = a^* + b X^* + e$
نصف لوغاريتمي	$Y = a + b X + ei$	$Y^* = a + b X + ei$
مقلوب	$Y = a + b/X + ei$	$Y = a + bZ + ei$
تربيعي	$Y = a + b_0 X + b_1 X^2 + ei$	$Y = a + b_1 X + b_2 u + ei$
حيث:	$Y^* = \ln Y, a^* = \ln a, X^* = \ln X, e = \ln e^M$ $Z = 1/X, u = X^2 (e = 2.718)$	

المصدر: دومنيك سلفاتور ، مرجع سابق، ص189.

من الممكن هنا استخدام ما يسمى بمحول " بوكس - كوكس " transformation "Box Cox" لتحويل الصيغ المختلفة التي يمكن أن تأخذها العلاقات غير الخطية البسيطة بين (X) و (Y)، و لتوضيح ذلك نفترض الصيغة العامة للعلاقة بين (X) و (Y) كما يلي (1):

$$Y^{I1} = a + b X^{I2} + e$$

$$Y^{I1} = \begin{cases} \frac{Y^{I1} - 1}{I1} & \text{for } I1 \neq 0 \\ \ln Y & \text{for } I1 = 0 \end{cases}, Y^{I2} = \begin{cases} \frac{Y^{I2} - 1}{I2} & \text{for } I2 \neq 0 \\ \ln X & \text{for } I2 = 0 \end{cases}$$

و من ثم فإن هناك حالات كثيرة تصف العلاقة بين (X) و (Y) وفقا للمحولين السابقين. و بالنسبة للعلاقة الخطية التي تعرضنا لها سابقا نجد أنهما تحدث عندما $I1 = I2 = 1$ فبالتعويض في محولي " بوكس - كوكس " بالقيمة: $I1 = I2 = 1$ نجد:

$$Y - 1 = a + b(X - 1) + e$$

$$Y = (1 + a - b) + bX \quad \text{ومنه:}$$

$$Y = a + bX \quad \text{إذن:}$$

$$\text{حيث: (a) تمثل } b - a + 1$$

و من أبرز العلاقات في هذا الصياغ نجد:

1- العلاقة اللوغارتمية المزدوجة :

إذا كانت $I1 = I2 = 0$ وبالتعويض في محولي " بوكس - كوكس " نحصل على (2):

$$\ln Y = a + b \ln X + ei \dots (2-34)$$

$$Y = A X^b e^{ei} \dots (2-35) \quad \text{و التي صيغتها قبل التحويل هي:}$$

$$(\ln Y = \ln a + b \ln X + ei \quad \text{أو تكون بعد التحويل كما يلي:})$$

و بفرض أن القيمة المتوسطة للحد العشوائي هي الصفر فإن العلاقة (2-35) تصبح كما يلي:

$$\ln Y = a + b \ln X$$

حيث يتم تحديد المعاملات \hat{a} و \hat{b} كما يلي:

- نضع مكان كل X بـ $\ln X$ و Y بـ $\ln Y$ فنحصل على:

$$\hat{b} = \frac{n \sum \ln X \ln Y - \sum \ln X \sum \ln Y}{n \sum (\ln X)^2 - (\sum \ln X)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum \ln Y - \hat{b} \sum \ln X}{n}$$

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، مرجع سابق، ص 191.

(2) عبد المجيد عبد الحميد البلداوي، مرجع سابق، ص 544.

2- العلاقة شبه اللوغارتمية:

و هي التي يكون اللوغارتم فيها في أحد الطرفين ، أي أن التغير النسبي في المتغير المستقل يؤدي إلى تغيير مطلق في المتغير التابع فيكون اللوغارتم في الجانب الخاص بالمتغير المستقل أي بالشكل⁽¹⁾:

$$Y = a + b \ln X + ei$$

$$Y = A X^b e^{ei} \dots\dots(2-35)$$

إذن في الحالة الأولى يكون اللوغارتم في الطرف الخاص بالمتغير المستقل و يتم حساب المعاملات \hat{a} و \hat{b} كما يلي:

$$\hat{b} = \frac{n \sum Y \sum \ln X - \sum Y \sum \ln X}{n \sum (\ln X^2) - (\sum \ln X)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum Y - \hat{b} \sum \ln X}{n}$$

أما في حالة ما إذا كان تغير المتغير المستقل يؤدي إلى تغير نسبي في المتغير التابع فتكون العلاقة بالشكل:

$$\ln Y = a + b X + ei$$

في هذه الحالة يكون اللوغارتم في الطرف الخاص بالمتغير التابع و يتم حساب المعاملات \hat{a} و \hat{b} كما يلي:

$$\hat{b} = \frac{n \sum X \ln Y - \sum X \sum \ln Y}{n \sum (X^2) - (\sum X)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum \ln Y - \hat{b} \sum X}{n}$$

3- علاقة التحويل لمقلوب:

إذا كانت $I1=1$ و $I2=-1$ فبالتعويض في محولي " بوكس - كوكس " نحصل على⁽²⁾:

$$Y - 1 = A + b \frac{X^{-1} - 1}{-1}$$

$$Y = (a + 1) - b X^{-1} + b + ei$$

$$Y = \hat{a} + \hat{b} \frac{1}{X} + ei \dots\dots\dots(2-36)$$

في مثل هذه الحالة التغير في المتغير المستقل يصحبه تغير في المتغير التابع عكسيا لأن العلاقة هنا على شكل مقلوب ، و يمكن تحديد قيمة \hat{a} و \hat{b} كما يلي:

$$\hat{b} = \frac{n \sum Y \sum 1/X - \sum Y \sum 1/X}{n \sum (1/X)^2 - (\sum 1/X)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum Y - \hat{b} \sum 1/X}{n}$$

(1) موري سبيغل، الإحصاء و الاحتمال ، ترجمة سعدية حافظ ، أكاديميا للطباعة و النشر ، بيروت ، لبنان ، 2001، صص316-317.
(2) عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سابق، ص209.

و دون أي إدخال للوغاريتم و فقط بوضع $X^* = 1/X$ يصبح لدينا:

$$\hat{b} = \frac{n \sum Y \sum X^* - \sum Y \sum X^*}{n \sum (X^*)^2 - (\sum X^*)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum Y - \hat{b} \sum X^*}{n}$$

4- علاقة اللوغاريتم - مقلوب:

إذا كانت: $I1=0$ و $I2=-1$ فبالتعويض في محوي " بوكس-كوكس " نحصل على⁽¹⁾:

$$\ln Y = A + b \frac{X^{-1} - 1}{-1}$$

$$\ln Y = (a+1) - b X^{-1} + b + ei \text{ و منه:}$$

و يمكن كتابة هذه المعادلة بصورة عامة كما يلي:

$$\ln Y = \hat{a} + \hat{b} \frac{1}{X} + ei \dots \dots \dots (2-37)$$

في مثل هذه الحالة التغير في المتغير المستقل يتبعه تغير عكسي و نسبي في المتغير التابع لأن العلاقة هنا على شكل مقلوب و لوغاريتم ، وتحديد قيمة \hat{a} و \hat{b} كما يلي:

$$\hat{b} = \frac{n \sum \ln Y \sum 1/X - \sum \ln Y \sum 1/X}{n \sum (1/X)^2 - (\sum 1/X)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum \ln Y - \hat{b} \sum 1/X}{n}$$

إذن بمشاهد لوحة الانتشار الخاصة بالمبيعات و أحد المتغيرات التي تم الافتراض على أنها العامل الأكثر تأثير في المبيعات (من قياس الارتباط) يتم وصف خطية أو عدم خطية العلاقة بين المبيعات كتابع و العامل المؤثر كمتغير مستقل ، أو من خلال المعرفة المسبقة بسلوك المبيعات و فقا للمتغير المستقل المؤثر فيها ، ثم يتم بناء نموذج الانحدار البسيط ويتم تحديد معلماته ثم ليتم بعد ذلك التأكد من معنوية معاملات النموذج ، و بذلك يصبح النموذج جاهزا (صالحا مبدئيا) للقيام من خلاله بالتنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة و فقا لهذا النموذج الذي تم بناءه.

كما قد يمكن أن ندرس حركة المبيعات و فقا للزمن في شكل يصف تطور المبيعات و فقا لفترات زمنية متساوية لنكون بذلك قد شكلنا ما يعرف بالسلسلة الزمنية للمبيعات ، والتي تعتبر من أهم النماذج المستخدمة في التنبؤ بالقيم اللاحقة لحجم المبيعات ، سنحاول التطرق إلى هذا النموذج بشيء من التفصيل و التحليل في الفصل الموالي مباشرة.

(1) عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سابق، ص214.

الفصل الثاني: نموذج السلاسل الزمنية.

في تحليل النموذج الانحداري البسيط ، نعتد على المتغير المستقل لتفسير المتغير التابع وتقدير قيم المتغير التابع عند مستويات معينة من قيم المتغير المستقل طبعاً مع بقاء الظروف المحيطة بالمتغير التابع على حالها، وفي غياب معطيات كافية حول المتغير أو المتغيرات المفسرة نلجأ إلى تحديد أو تفسير قيم المتغير التابع بطرق أخرى أهمها:

أ- باستعمال عنصر الزمن كعنصر مستقل لتحديد وتفسير الظاهرة المدروسة (من خلال مركبة الاتجاه العام).
ب- باستعمال قيم التابع لفترات سابقة أي سلوك هذا المتغير في الماضي لتحديد وتفسير قيمه المستقبلية (بواسطة نماذج انحدارية، أو المتوسطات المتحركة).

إذن بصفة عامة نلجأ إلى نماذج السلاسل الزمنية في عدة حالات من بينها:

- في حالة غياب العلاقة السببية بين المتغيرات.
- في حالة عدم توفر المعطيات الكافية حول المتغيرات المستقلة.
- في حالة ضعف النماذج الانحدارية إحصائياً و تنبئياً من خلال مؤشرات النموذج : معامل الارتباط والتحديد ، الأخطاء المعيارية للمعلمات المقدرة... الخ.

في هذا الفصل سنحاول التعرض بشيء من التحليل لنموذج السلاسل الزمنية ، من خلال التعرف على مكونات النموذج والأنواع وكذا أهم النماذج المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية.

المبحث الأول: مفاهيم عامة حول السلاسل الزمنية.

المطلب الأول: ماهية السلسلة الزمنية والعناصر المكونة لها.

أولاً - ماهية السلسلة الزمنية:

تعددت تعريفات السلسلة الزمنية بحسب طبيعة الغرض من الدراسة وبحسب طبيعة التخصص ، ومن أبرز التعاريف ما يمكن ذكره في :

تعريف أول:

السلسلة الزمنية مجموعة مشاهدات حول ظاهرة ما أخذت بترتيب زمني معين عادة ما يكون فيه تساوي الفترات الزمنية مثل: الساعات ، الأيام ، الأشهر ، أو السنوات.(1)

تعريف ثاني:

السلسلة الزمنية هي عبارة عن مجموعة ملاحظات لمتغير ما، عبر فترات زمنية.(2)

تعريف ثالث:

السلسلة الزمنية هي عبارة عن توزيع ذو بعدين أحدهما الزمن.(3)

تعريف رابع:

السلسلة الزمنية تعني سلسلة من الأرقام و القيم المسجلة حسب الزمن كالسنين أو الفصول أو الأشهر أو الأيام ، أو أية وحدة زمنية، فهي بذلك عبارة عن سجل تاريخي متتالي يتم إعداده لبناء التوقعات المستقبلية.(4)

تعريف خامس:

السلسلة تحتوي على عدد من القياسات لمتغير ما عند نقاط زمنية مختلفة ، وهي بذلك تصف سلوك المتغير الاقتصادي عبر الزمن.(5)

تعريف سادس:

السلسلة الزمنية هي عبارة عن مجموعة من القيم المتتالية منظمة خلال فترة زمنية معينة ، وهذه المشاهدات يتم تسجيلها خلال الفترة حسب فترات (تواريخ) متتالية وعادة ما تكون هذه الفترات الزمنية متساوية (من حيث الطول).(6)

(1) عوض منصور، عزام صبري ، مبادئ الإحصاء ، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان ، ط1 ، 2000، ص239.

(2) Joseph G .Monk ,gestion de la production et des opérations,traduit par: Cloud Engrand ,MC GRAW HILL Eduition ,Paris,1993.p160.

(3) Pierre Bailly ,exercices corrigés de statistique discriptive ,offices des publication universiters ,Alger .P81.

(4) عبد الحميد عبد المجيد البلداوي ، مرجع سابق ،ص561.

(5) عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سابق ، ص21.

(6) نصيب رجم ، مرجع سابق، ص37.

إذن من خلال التعاريف السابقة يمكن استنتاج أن السلسلة الزمنية هي عبارة عن مجموعة من المشاهدات عن ظاهرة ما بوبت خلال فترات زمنية متتالية ، بحيث يتشكل لنا توزيع له بعدين أولهما الزمن (الذي يمثل المتغير المستقل) والبعد الثاني للتوزيع يتمثل في قيم الظاهرة.

ثانيا-العناصر المكونة للسلسلة الزمنية :

عند رسم السلسلة الزمنية على محور أفقي يمثل الزمن (السنوات مثلا) ومحور آخر يمثل قيم الظاهرة ، وبشكل عالي الدقة ، تبرز لنا أربع عناصر مركبة للسلسلة الزمنية (والتي لا يمكن كشفها كلها بالعين المجردة) ، بحيث نجدها تحت تأثير هذه العناصر وبدرجات متفاوتة ، وهذه العناصر تعتبر العناصر المكونة للسلسلة الزمنية المشكلة لها والمؤثرة فيها في نفس الوقت وتمثل هذه العناصر في:

1-الاتجاه العام: (T) Long term of secular trend

وهو العنصر الذي يقصد به الحركة المنتظمة للسلسلة عبر فترة زمنية طويلة نسبيا، ويعتبر في العادة أهم العناصر المكونة للسلسلة الزمنية وعادة ما يعتمد كعنصر وحيد في بناء التوقعات المستقبلية.⁽¹⁾

كما يقصد به تطور السلسلة في الأجل الطويل ، وقد يكون الاتجاه العام تزايديا، إذا كانت قيمة الظاهرة تتزايد عبر الزمن ، كما قد يكون تناقصيا إذا ما اتجهت قيمة الظاهرة إلى النقصان ، وكذلك قد يأخذ الاتجاه العام شكل الخط المستقيم كما قد يأخذ شكل المنحنى ، ويعكس الاتجاه العام تأثير العوامل طويلة الأجل على السلسلة الزمنية.⁽²⁾

كما يمثل اتجاه سلسلة عبر الزمن ويسمى كذلك بالتغير على المدى الطويل والذي يمكن تمثيله بواسطة مستقيم أو منحنى محدد المعالم.⁽³⁾

إذن الاتجاه العام يمثل التوجه الذي تكون عليه الظاهرة في الحالة العامة لذلك يمثل أهم عامل أو أهم مركبة في السلسلة الزمنية وغالبا ما يتم الاعتماد عليه وبشكل وحيد في التنبؤ بالقيم اللاحقة للظاهرة. إن المستقيم أو المنحنى الذي يمثل الاتجاه العام للسلسلة المشخصة للظاهرة قيد الدراسة ، والذي يجسد التغير على المدى البعيد قد يكون العنصر الأساسي في السلسلة الزمنية ، وهذا الاتجاه قد يكون خطيا و بالتالي فإن الزيادة من فترة إلى أخرى قد تكون ثابتة ، كما يمكن أن يأخذ شكلا غير خطيا (أسيا) ومن ثم فإن الزيادة بنسب مئوية ثابتة من فترة زمنية إلى أخرى.

وقد نجد في الواقع أشكالا مختلفة أخرى للاتجاه العام ومعالجتها تتم بواسطة التحويل اللوغارتمي مما يظهر اتجاهها خطيا ، أو بواسطة تقنيات الانحدار غير الخطي في حالة العلاقات المختلفة لمكونات السلسلة الزمنية التي تكون معقدة جدا.

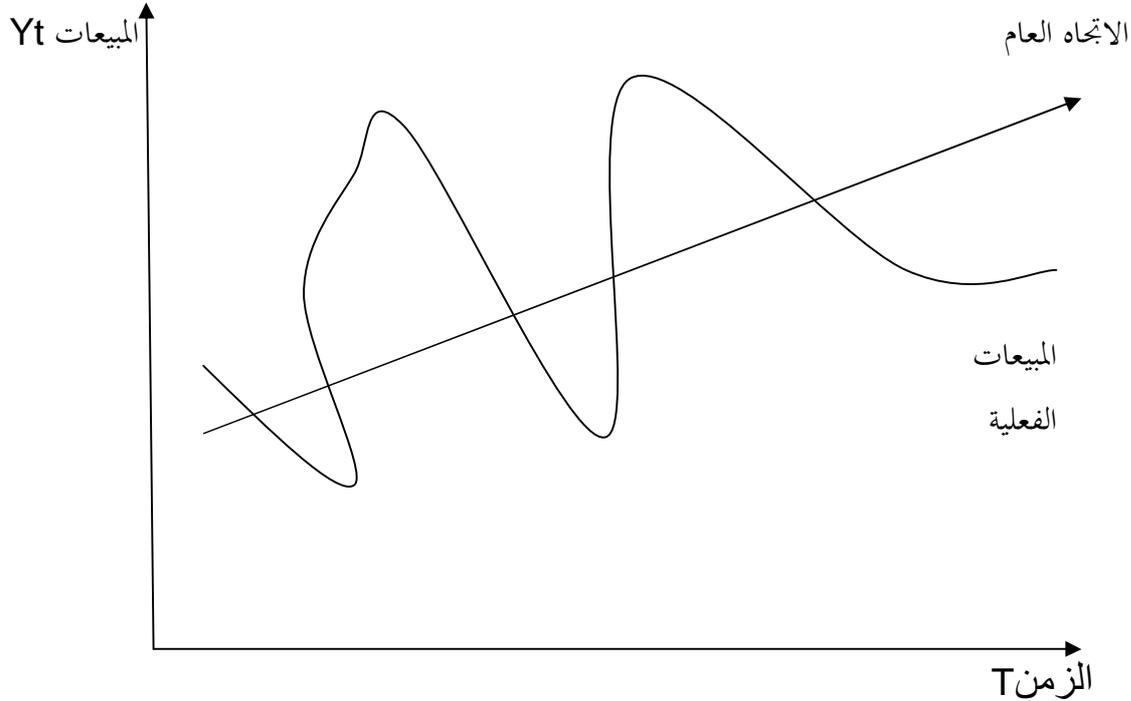
ويمكن رسم الشكل البياني الذي يجسد ظاهرتين أحدهما الزمن ولتكن الأخرى المبيعات ، حيث يمثل

⁽¹⁾Jean Pieer Vendriné. Op. cit. ,P17.

⁽²⁾ إمتثال محمد حسن ،محمد علي محمد، مرجع سابق،ص363.

⁽³⁾ نصيب رجم ، مرجع سابق،ص41.

المحور الأفقي الزمن بينما يمثل المحور الرأسي المبيعات على مدى الفترة أو السلسلة الزمنية ، ثم تمثل النقاط الموافقة ، ثم يمد خط يتوسط هذه النقاط أو يمر بأكبر عدد ممكن منها ، ممثلاً بذلك خط الاتجاه العام ، سواء كان صاعداً أو نازلاً ، كما يوضح ذلك الشكل التالي:



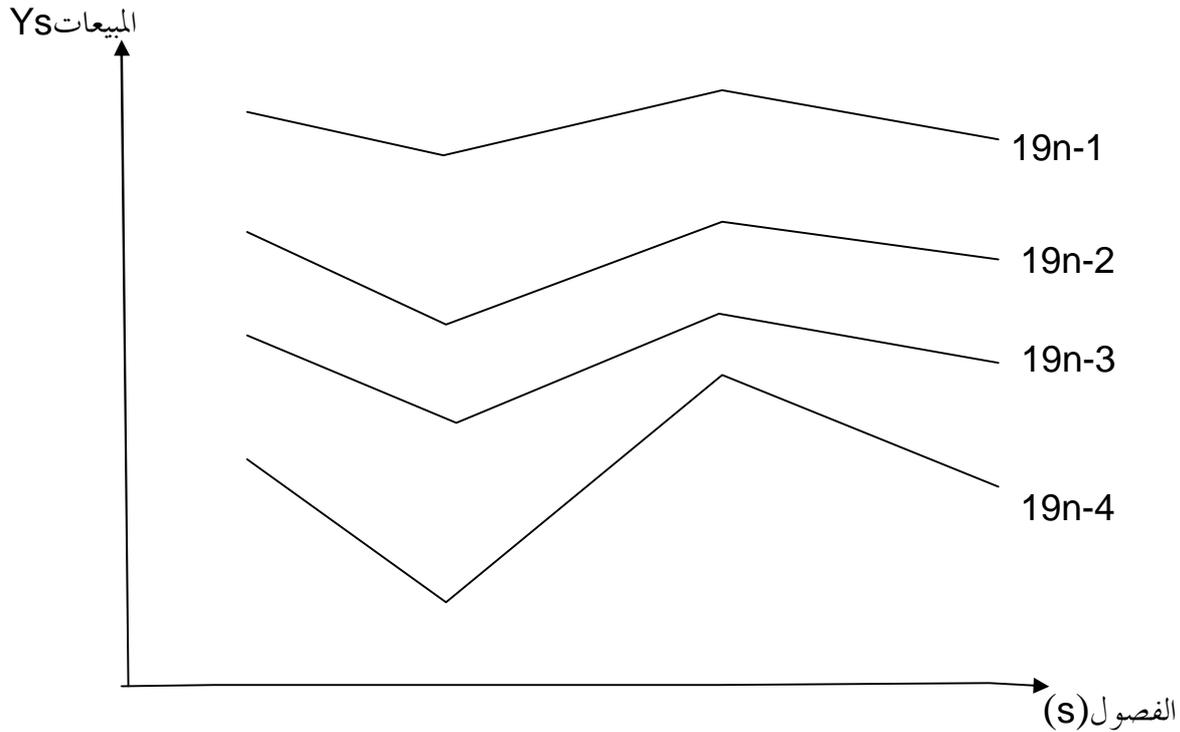
شكل رقم (15): خط الاتجاه العام لبيانات (مبيعات) فعلية.

المصدر: Thierry cuyaubere, Jacques Muller, op. cit , P32.

2- المركبة الموسمية (الفصلية) (العامل الموسمي) S: seasonal variations

تعتبر هذه المركبة عن التغيرات و التذبذبات الموسمية أو الفصلية الناتجة عن التغيرات في الفصول بسبب تأثير عوامل خارجية وهي تتم غالباً بطريقة منتظمة ، في شكل دورات لا يزيد طولها عن السنة فقد تكون أسبوعية أو شهرية أو فصلية ، أي أنها تمثل التغيرات المتشابهة التي تظهر في الأسابيع أو الأشهر أو الفصول المتناظرة خلال الفترات الزمنية المختلفة التي تعود إليها مشاهدات السلسلة الزمنية ، ومن أمثلتها التغيرات في عدد المسافرين من ساعة إلى أخرى أو من يوم إلى آخر في إحدى المحطات، أو تغيرات مبيعات الألبسة القطنية من فصل إلى آخر في السنة الواحدة.

ويكتسي عنصر التغير الموسمي أهمية خاصة لبعض المجالات عند تحليل السلسلة الزمنية كما هو الحال في الإنتاج الزراعي أو في إنتاج بعض الصناعات وخاصة النسيجية منها ، والشكل أدناه يمثل نموذج للتغير الموسمي لمبيعات أحد المنتجات على الشكل التالي:



شكل (16) : يمثل نموذج للتغير الموسمي (الفصلي)

المصدر: عبد الحميد عبد المجيد البلداوي مرجع سابق، ص563.

يؤثر العامل الموسمي على المبيعات عندما يكون المنتج في حد ذاته فصلي أي أن الطلب عليه يظهر في موسم (أو يزيد) ويختفي (أو ينقص) في موسم آخر .

وعادة تأخذ التغيرات الموسمية شكلا أكثر انتظاما من التقلبات الدورية ولذا تكون عملية التنبؤ بها أسهل (وأفضل).⁽¹⁾

إذن من الضروري أن نقوم بتحديد هذه المركبة بعد تحديد مركبة الاتجاه العام حتى نتفادى كل تحيز، وبالأحرى يجب تحديد كلا من الاتجاه العام والعامل الموسمي في النموذج بحيث يتسنى لنا تقدير أثر كل واحد منهما على حدى، والدورة (p) للتغيرات الموسمية تمثل الطول المعبر عنه بعدد من وحدات زمنية تفصل بين تغيرين موسمين الخاص بنفس الظاهرة.⁽²⁾

3- المركبة الدورية (أو العامل الدوري)(c): cyclical Movement

وهي التغيرات التي تطرأ على قيم السلسلة الزمنية بصورة زمنية منتظمة أو غير منتظمة ويزيد أمدتها عن السنة ، والتغيرات الدورية تقيس فترة أو دورة التغير للمعطيات وتتكون من دوال الجيب وشبه الجيب التمام ولكن بأطوال وسعات قد تكون مختلفة.⁽³⁾

(1) امثال محمد حسن، مرجع سابق ، ص264.

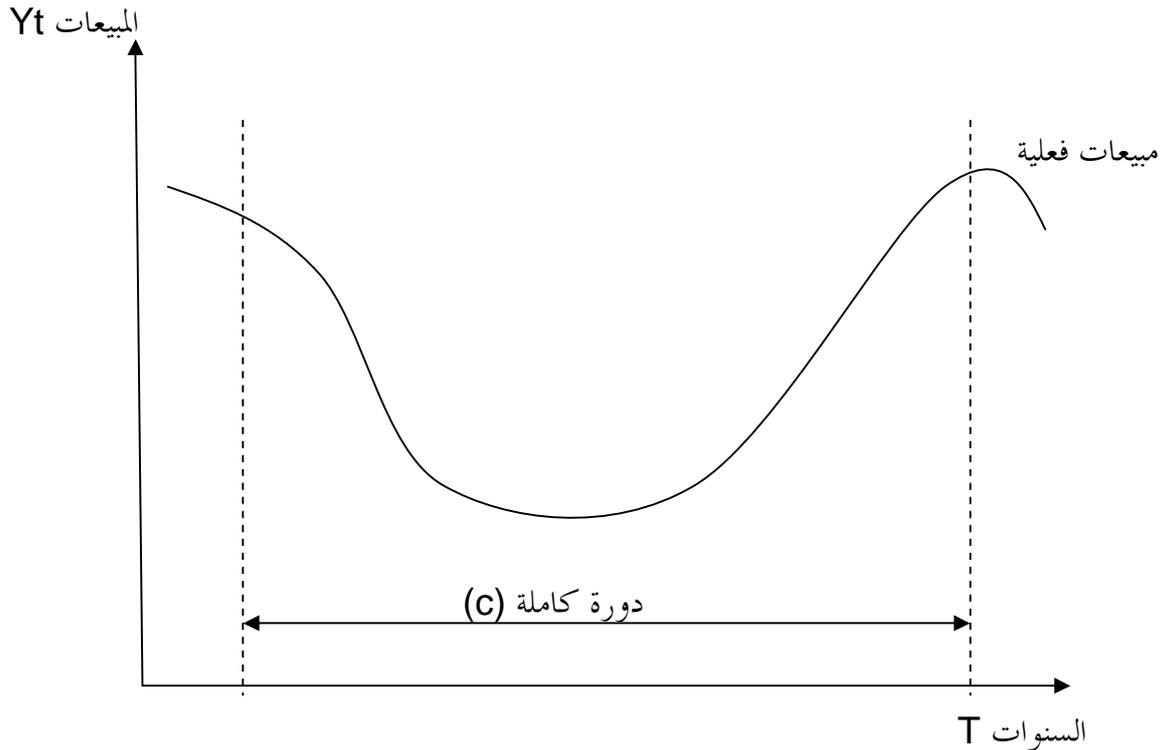
(2) نصيب رجم ، مرجع سابق، ص42.

(3) Murray R .Spiegel, op, cit,P284.

وبصورة عامة يتضمن هذا العنصر عدة مراحل هي:

- مرحلة الارتفاع الأولى Initial peak
- مرحلة التراجع contraction
- مرحلة الانتعاش المحدود (الركود) trough
- مرحلة الانتعاش أو الانفراج expansion
- مرحلة الارتفاع النهائي turation of cycle

تأخذ الفترة بين الارتفاع الأولي والارتفاع النهائي دورة كاملة كما يوضحه الشكل التالي:



شكل رقم (17): يمثل نموذج للتغيرات الدورية.

المصدر: عبد الحميد عبد الحميد البلداوي، مرجع سابق، ص 564.

يؤثر هذا العامل على المبيعات نظرا لارتباطه بدورة حياة المنتج ، فتقدير منتج في مرحلة التقديم يختلف عن تقدير منتج يكون في مرحلة الاندثار.

كما تمثل التذبذبات الدورية التغيرات والانحرافات على المدى الطويل حول المستقيم أو المنحنى الممثل للاتجاه العام للسلسلة الزمنية ، وهذه التذبذبات قد تحدث حسب فترات زمنية متتالية متساوية أو مختلفة ، وفي العلوم الاقتصادية لا يمكن أن نتحدث عن هذه التغيرات إلا في حالة فترة التكرار أو الحدوث تفوق السنة الكاملة.⁽¹⁾

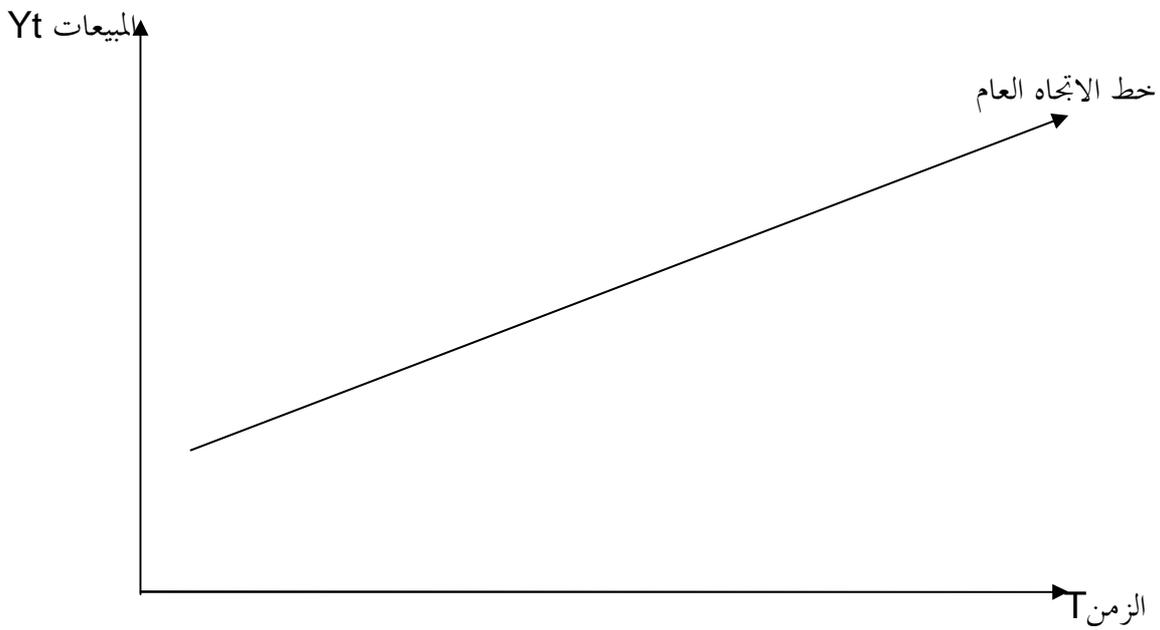
(1) نصيب رجم ، مرجع سابق، ص 41.

وقد تختلف التغيرات من حيث مدتها **duration** أو من حيث ارتفاعها **amplitude** ، ومن العوامل المسببة لهذه الدورات : التغيرات في السياسات النقدية والمالية ، التغيرات في حجم الإنفاق الرأسمالي ، التغير في حجم المخزون السلعي،...الخ.

ودراسة التقلبات الدورية تعتبر هامة للتعرف على تطور السلعة في الفترة القصيرة والقيام بتنبؤات قصيرة الأجل **short-term forecasts** (1).

إذن تبين هذه المركبة أثر تطور النشاط الاقتصادي ، حيث تتناسب هذه المركبة مع مراحل الدورة الاقتصادية (ركود ، انتعاش ، رواج ، كساد)، وهي تتكرر باستمرار عبر الزمن.

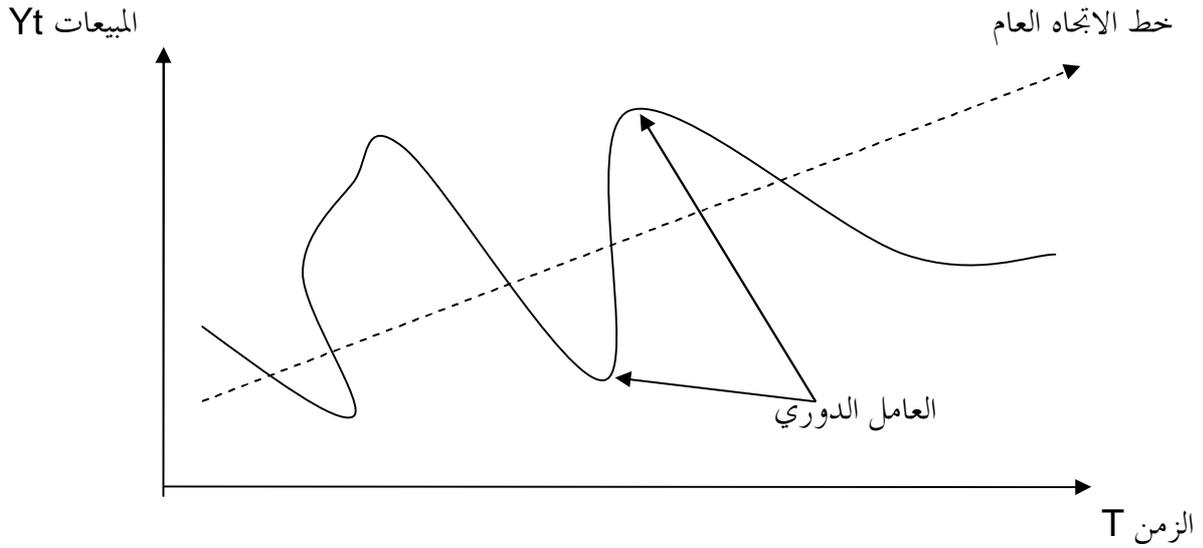
إن العوامل الثلاثة يمكن التنبؤ بها من خلال نماذج سيتم التطرق إليها ومعالجة تأثيرها أو التقليل من حدة تأثيرها في التنبؤ ، والأشكال الثلاثة التالية تمثل كيف تظهر تأثيرات العوامل الثلاثة بشكل عام:



شكل رقم (18): نموذج لخط الاتجاه العام.

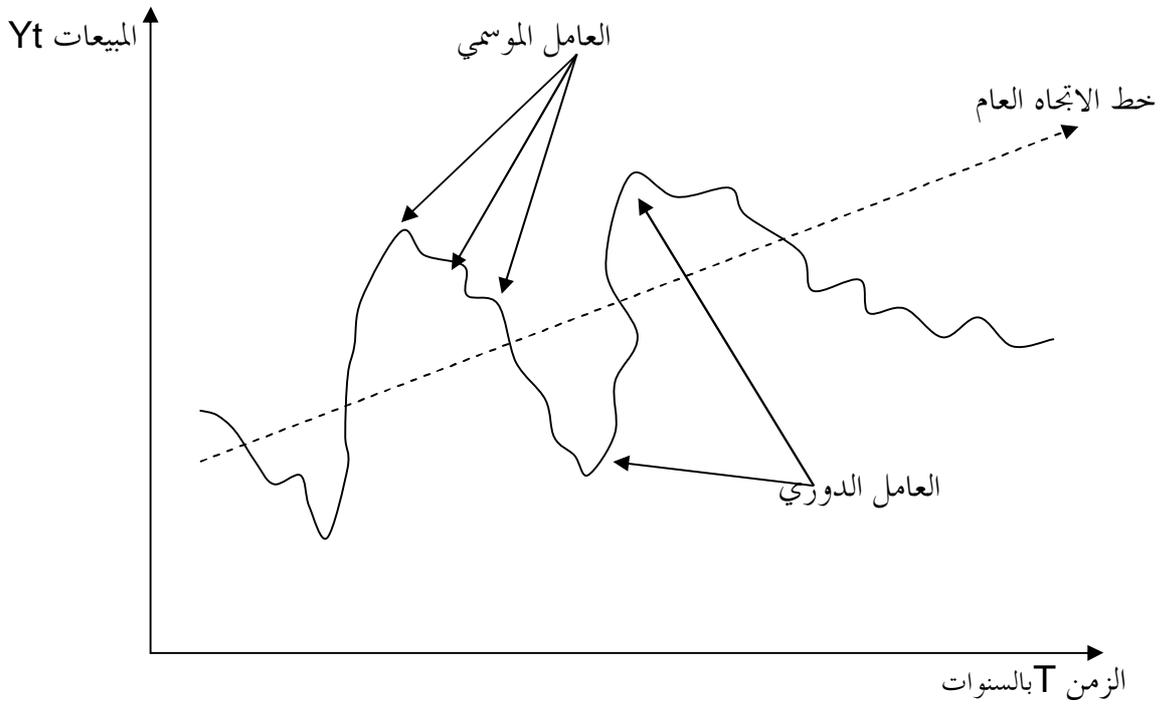
المصدر : Murray R, spiegel , op. cit. ,P285.

(1) امثال محمد حسن ، مرجع سابق ، ص:363.



شكل رقم (19): نموذج لخط الاتجاه العام والعامل الدوري .

المصدر : Murray R, spiegel , op. cit. ,P285



شكل رقم (20): نموذج لخط الاتجاه العام والعامل الدوري والعامل الموسمي .

المصدر : Murray R, spiegel , op. cit ,P28

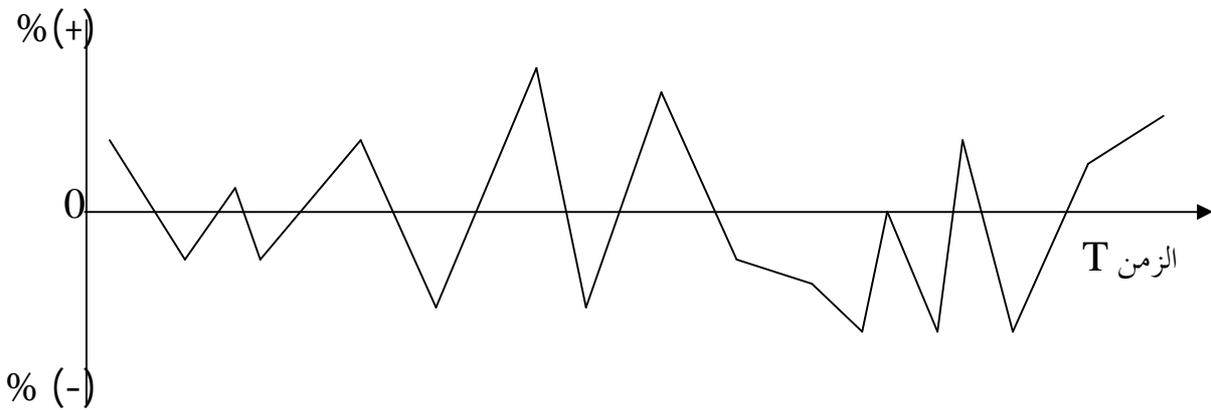
4- المركبة العشوائية (غير المنتظمة) : Irregular variation (I)

ويقصد بها التحركات المفاجئة في السلسلة الزمنية الراجعة للعوامل العشوائية **Randomes** مثل الزلازل والبراكين و الأوبئة والحروب والاضرابات العمالية، التي لا يمكن التنبؤ بها أو تحديد حجمها نظرا لعشوائيتها، كما تعتبر من قبيل التحركات العرضية التغيرات التي تطرأ على السلسلة الزمنية خلال فترة معينة نتيجة الصدفة ، فعلى سبيل المثال قد يزيد حجم المبيعات لأحد المحلات فجائيا خلال شهر ما نتيجة إقامة مهرجان رياضي غير متوقع بالقرب منه خلال ذلك الشهر.(1)

وهي أيضا عبارة عن تذبذبات وانحرافات أو تغيرات غير منتظمة (عشوائية) وهي عادة ما تكون تابعة لأحداث مرتبطة باحتمالات ضعيفة جدا ومن ثم فإنها لا تقع عادة على المدى الطويل ولكن تعتبر (تفترض) عادة أن أثر هذه التغيرات غير المنتظمة يكون على المدى القصير كما يمكن اعتبارها تحرف أو تعدل من الاتجاه الموسمي أو الدوري كذلك (مثل تأثير الإضرابات العمالية).

وفي الواقع قل ما نجد أسباب هذه التغيرات مشخصة تماما لأنها تنتج عادة من عدة عوامل أو أحداث غير محددة ، وبالتالي يصبح غير ممكن معالجة السلسلة الزمنية بالأساليب الإحصائية العادية لإزالة العامل العشوائي(2).

إذن عموما تصف هذه التغيرات ما تبقى من العوامل التي لم تدخل في العناصر السابقة للسلسلة الزمنية ، وقد تعزى لأخطاء لا يمكن تفسيرها ، والتغيرات غير المنتظمة قد تقع بصورة غير متوقعة تماما كما هو الحال في حال مثلا التدهور الحاد لمبيعات منتج ما إثر ظهور منتج بديل وبجودة عالية وبسعر أقل ، أو حالة تزايد المبيعات توقعا لنشوب الحروب ، أو انقطاع التموينات لإنتاج منتج ما بسبب الظروف الجوية ، لذا يعتبر هذا العنصر عشوائي كون وقوعه يعتمد على الصدفة ، إلا أن تأثيره يكون مؤقتا ويزول بزوال الأسباب المؤدية إليه ، والشكل الموالي يمثل نموذج للتغيرات العشوائية:



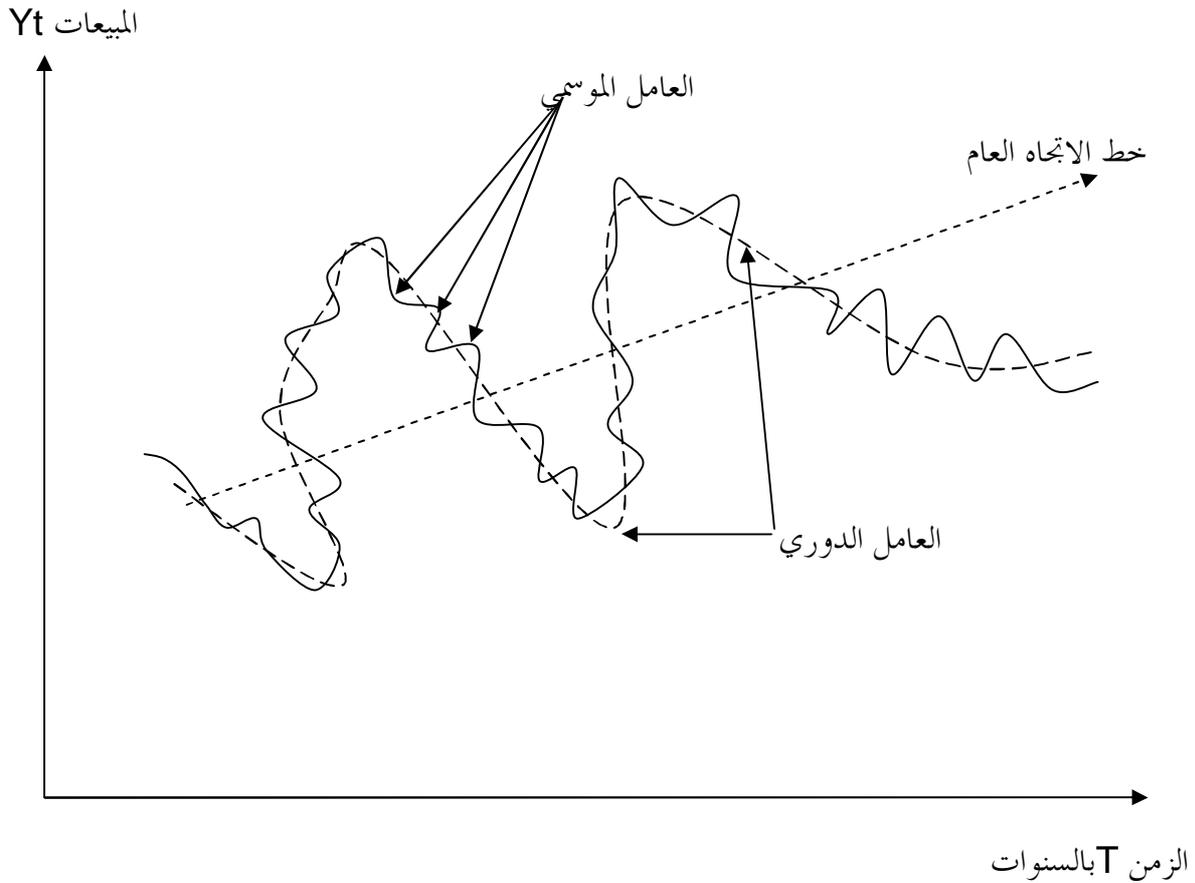
شكل رقم (21): نموذج للتغيرات غير المنتظمة .

المصدر : عبد الحميد عبد الحميد البلداوي ، مرجع سابق ، ص565.

(1) امثال محمد حسن ، مرجع سابق، ص364.

(2) نصيب رجم ، مرجع سابق ، ص43.

ويمكن التعبير عن العناصر المكونة للسلسلة الزمنية بالشكل البياني التالي:



شكل رقم (22): نموذج لعناصر السلسلة الزمنية .

المصدر : عبد المجيد عبد الحميد البلداوي ، مرجع سابق ، ص 565.

ملاحظة:

لمجهولية التغيرات العرضية (العشوائية) في حالات عديدة يصعب تمثيلها بيانياً ، كما يمكن الكشف عنها وعن باقي العوامل بطرق تحليلية إحصائية تسهل ذلك.

المطلب الثاني: الشكل النموذجي العام وطرق اكتشاف وتحديد مركبات السلسلة الزمنية.

أولاً - الشكل النموذجي العام للسلسلة الزمنية :

يفترض نموذج السلسلة الزمنية أن قيم السلسلة دالة في مجموعة من العناصر المكونة لها وفقاً للزمن:

$$Y = f (T_t, C_t, S_t, I_t)$$

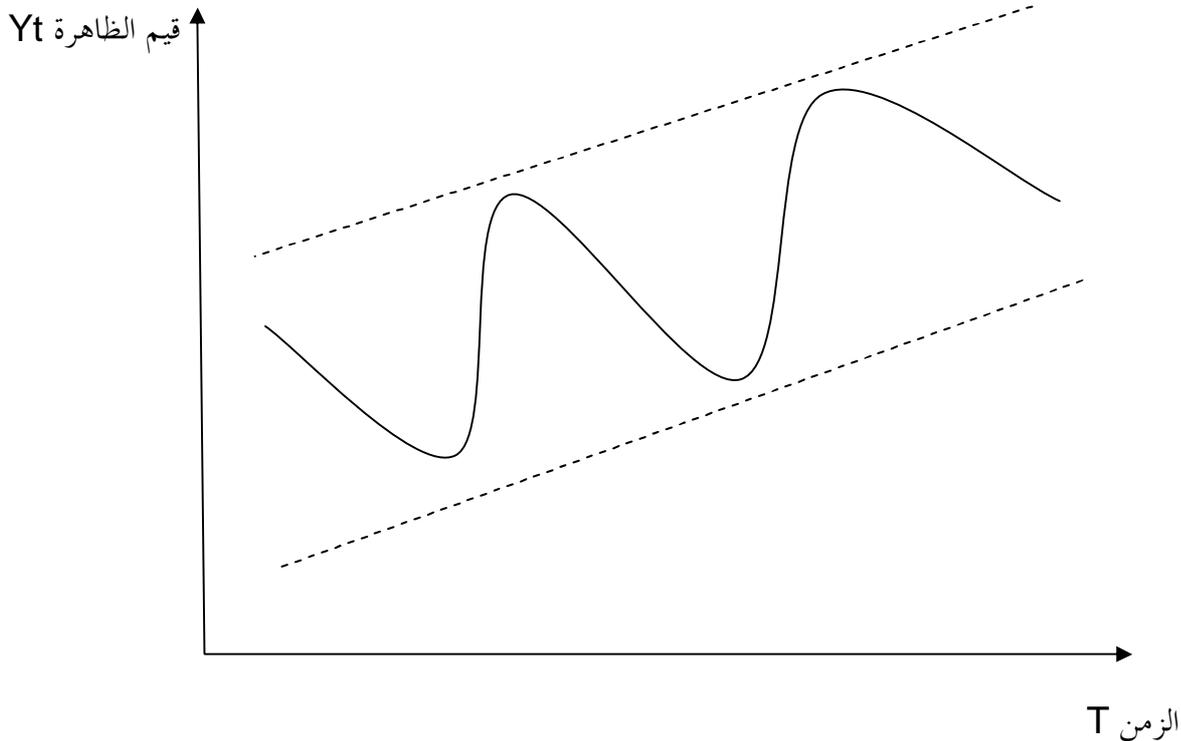
وفي هذا الصياغ يبرز نموذجين (عموماً) لتجسيد العلاقة بين العناصر المتداخلة والتي بتفاعلها تتشكل السلسلة الزمنية ، ويمكن أن نعتبر أن نموذج السلسلة الزمنية يظهر على شكل معادلة تحدد كيفية تعامل أو تفاعل المكونات فيما بينها⁽¹⁾، أي أنه يمكن كتابة قيمة الظاهرة بدلالة العوامل الأربعة وفقاً للزمن بأحد النموذجين التاليين :

1- نموذج حاصل الجمع أو النموذج التجميعي:

يفترض هذا النموذج أن قيم الظاهرة تساوي مجموع مكوناتها الأربعة ويعني هذا الافتراض أن قيمة كل من هذه المكونات لا تتأثر ولا تتأثر بقيمتها غيرها من المكونات ، ويكتب على الصيغة التالية⁽²⁾:

$$Y = T_t + C_t + S_t + I_t \dots\dots\dots(2-1)$$

كما يفسر ذلك الشكل البياني التالي:



شكل رقم (23): يمثل الصيغة التجميعية لعناصر السلسلة الزمنية .

المصدر : Thierry cuyabere, op. cit , P34

⁽¹⁾Pierre Bailly, op, cit , P89.

⁽²⁾ امتثال محمد حسن ، مرجع سابق ، ص367.

إذا كانت دراسة السلسلة في المدى القصير يمكن عزل العنصر الدوري (C) من النموذج ليصبح بالشكل

$$Y = T_t + S_t + I_t$$

التالي:

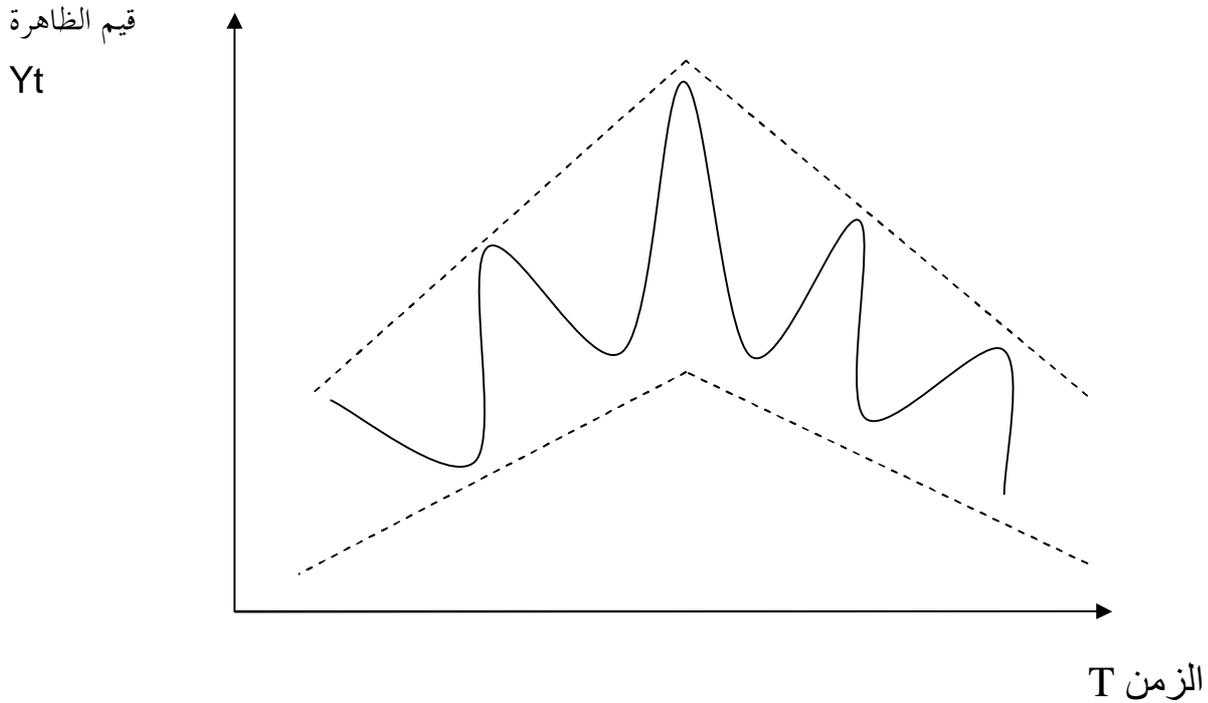
2- نموذج حاصل الضرب أو النموذج الجدائي:

حيث يفترض أن قيم الظاهرة تساوي حاصل ضرب مكوناتها الأربعة ، ويعني هذا أن مكونات السلسلة تعتمد على بعضها البعض. (1)

عندما نكون بصدد معالجة هذا النوع من النماذج فإننا نفترض أن المكونات الرئيسية للسلسلة الزمنية تضرب في بعضها البعض لتكون السلسلة الزمنية ويكتب هذا النموذج على الصيغة:

$$Y = T_t \times C_t \times S_t \times I_t \dots \dots (2-2)$$

والرسم التالي يوضح أو يبرز الشكل البياني العام لهذا النموذج:



شكل رقم (24): يمثل الصيغة الجدائية لعناصر السلسلة الزمنية .

المصدر: Thierry cuyaubere, Jacques Muller, op. cit , P35

إذا كانت دراسة السلسلة الزمنية على المدى القصير فإن العامل الموسمي يضرب في الاتجاه العام ، لتصبح

$$Y = T_t \times S_t \times I_t$$

الصيغة السابقة لهذا النموذج على الشكل التالي :

كما يمكن أن يكون لدينا في بعض الحالات نمودجا مختلطا يجمع بين النموذجين السابقين ، وفي النقطة الموالية سنتطرق إلى كيفية تحديد شكل النموذج وكذا كيفية الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية.

(1) امتثال محمد حسن ، مرجع سابق ، ص368.

ثانيا- طرق تحديد واكتشاف مركبات السلسلة الزمنية :

نستعين بطريقتين لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية ، تتمثل الطريقة الأولى في استعمال الأشكال والعروض البيانية أما الطريقة الثانية فتتمثل في استعمال الطريقة التحليلية من خلال الاختبارات الإحصائية (وسنركز على الطريقة الثانية كونها ذات نتائج دقيقة ولا يمكن أن تتأثر بما تتأثر به النتائج التي تستنبط بالعين المجردة).

1- الطريقة البيانية لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية:

إن استعمال الطريقة البيانية لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية يتطلب دقة كبيرة في عرض بيانات السلسلة الزمنية وذلك نظرا لل صعوبة الكبيرة التي يلقاها الباحث في كشف مركباتها في كثير من الحالات ، فبصفة عامة إذا كان اتجاه السلسلة الزمنية نحو الأعلى أو نحو الأسفل مع انتظام وتقارب في ذبذباتها يمكن القول أن شكل السلسلة الزمنية تجميعي متزايد أو متناقص حيث أن النموذج الموافق لهذا الشكل هو (1):

$$Y_t = X_t + S_t + e_t \text{ أو } Y_t = a + b_t + S_t + e_t \dots\dots\dots(2-3)$$

بجيث: Y_t : المتغير التابع أو الظاهرة المدروسة.

$X_t = a + b_t$: مركبة الاتجاه العام.

S_t : المركبة الفصلية أو الموسمية.

e_t : المركبة العشوائية.

أما إذا كانت تذبذبات أو تغيرات السلسلة الزمنية في تزايد مع الزمن ، فيمكن القول أن شكل السلسلة الزمنية هو شكل مضاعف ويكتب نموذج السلسلة في هذه الحالة على الشكل:

$$Y_t = X_t \times S_t \times e_t \text{ أو } Y_t = X_t \times S_t \times (1 + e_t) \dots\dots\dots(2-4)$$

غير أنه وبصفة عامة يصعب تحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية عن طريق العرض البياني ما عدا المركبة الموسمية التي تظهر جليا بالعين المجردة.

2- الطريقة التحليلية لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية:

نظرا لعدم وضوح الطريقة البيانية ، نستعين بالطريقة التحليلية لكشف مركبات السلسلة الزمنية ونكتفي في هذا المجال بالاختبارات الإحصائية الحرة وغير الحرة.

(1) Michel Gervais , control de gestion et planification de le entreprise ,Economica Edition ,3éme édition ,1989, P261.

١- تحديد واكتشاف مركبة الاتجاه العام:

للكشف عن هذه المركبة نستعمل بعض الاختبارات الإحصائية الهامة⁽¹⁾:

١-أ- طريقة الاختبارات الحرة: non parametric tests method

تستعمل هذه الطريقة للكشف عن مركبة الاتجاه العام إن وجدت ، وسميت بالاختبارات الحرة نظرا لأن المتغير العشوائي: e_t لا يخضع لأي توزيع احتمالي علما أنه من بين فرضيات النموذج الانحداري البسيط أن المتغير العشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي: $e_t \rightarrow N(0, S^2)$ ومن بين الاختبارات الحرة اختبار تعاقب الإشارات ويستعمل للكشف عن مدى عشوائية السلسلة الزمنية ويدعى باختبار العشوائية ، فإذا كانت السلسلة الزمنية عشوائية معنى ذلك أنه لا توجد مركبة الاتجاه العام والعكس صحيح.

ونظرا لبساطة هذا الاختبار فإننا نكتفي بأحد الاختبارات الهامة وهو اختبار معامل الارتباط الرتي:

-اختبار معامل الارتباط الرتي للكشف عن مركبة الاتجاه العام:

يعتبر هذا الاختبار من أحسن الاختبارات الإحصائية الحرة و بالتالي سنركز عليه في الكشف عن مركبة الاتجاه العام ، ولتطبيق هذا الاختبار نتبع الخطوات التالية:

1- وضع رتب لقيم السلسلة (R_t) من أصغر قيمة إلى أكبر قيمة.

2- حساب معامل الارتباط الرتي بين عنصر الزمن (T) ورتب قيم السلسلة الزمنية (R_t):

$$r = \frac{\text{cov}(R_t, T)}{SD_t \cdot SDR_t}$$

وحسب علاقة "سيير مان" نكتب علاقة معامل الارتباط الرتي بالشكل:

$$r = 1 - \frac{6 \sum dt^2}{n(n^2 - 1)} \dots\dots\dots (2 - 5)$$

حيث: $D_t = T - R_t$

3- نقارن بين القيمة المحسوبة لمعامل الارتباط الرتي والقيمة الجدولة لنفس المعامل ، فإذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولة فإننا نقول أن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة الاتجاه العام بالإضافة إلى المركبة العشوائية، وإذا كانت القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولة فإن هذا يدل على عدم وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية.

ملاحظة: لتطبيق هذا الاختبار لا بد أن نفرق بين حالتين:

1- حالة العينات الصغيرة $n \leq 30$ ، فإذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولة فإن السلسلة تحتوي

على مركبة اتجاه عام: $|r| \geq r_{\alpha/2}$

وإذا كانت القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الجدولة فإن السلسلة الزمنية لا تحتوي على اتجاه عام.

(1) د. جيلاطو جيلالي ، محاضرات في مقياس الإحصاء التطبيقي ، مقدمة لطلبة السنة الثالثة علوم التسيير ، كلية العلوم الاقتصادية والتسيير ، جامعة الجزائر، 2003.

2- حالة العينات الكبيرة: $n > 30$ حيث أن: $|t| > t_{a/2}$ في هذه الحالة السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة

اتجاه عام علما أن: $t = \frac{r - m_r}{SDr}$ وفي حالة $u_r = 0$ فإن:

$$t = \frac{r}{SDr} = r\sqrt{n-1} \rightarrow \text{لان} \rightarrow SDr = \frac{1}{\sqrt{n-1}}$$

مثال: لتكن لدينا السلسلة الزمنية التالية ، نريد التأكد من وجود مركبة الاتجاه العام باستعمال اختبار معامل الارتباط الرتي عند مستوى معنوية: 5%:

جدول رقم (4): خاص بمعطيات المثال

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	20	28	22	34	19	39	25	44	21	49	33	55	23	60	37	66	24	71	42	76

- لتطبيق هذا الاختبار نتبع الخطوات التالية:

1- وضع رتب لقيم السلسلة (R_t) من أصغر قيمة إلى أكبر قيمة.

2- حساب معامل الارتباط الرتي بين عنصر الزمن (T) ورتب قيم السلسلة الزمنية (R_t) حيث نستعمل

الجدول التالي لمختلف العمليات الحسابية:

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	20	28	22	34	19	39	25	44	21	49	33	55	23	60	37	66	24	71	42	76
Rt	2	8	4	10	1	12	7	14	3	15	9	16	5	17	11	18	6	19	13	20
Dt	1-	6-	1-	6-	4	6-	0	6-	6	5-	2	4-	8	3-	4	2-	11	1-	6	0
Dt ²	1	36	1	36	16	36	0	36	36	25	4	16	64	9	16	4	121	1	36	0

3- تطبيق علاقة معامل الارتباط الرتي المحسوبة لهذا المعامل:

$$r = 1 - \frac{6 \sum dt^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(491)}{20(20^2 - 1)} = 1 - 0,369 = 0,6308$$

4- تحديد القيمة الجدولة لمعامل الارتباط الرتي من جدول "سبير مان" حسب حجم العينة (n) وحسب

مستوى المعنوية $a\%$:

يقصد بحجم العينة في هذه الحالة عدد قيم المتغير التابع أو عدد الفترات ، في هذا المثال: $n = 20$ ومستوى

المعنوية $a = 5\%$ ، من جدول "سبير مان" نجد: $r_{a/2} = r_{2,5\%} = 0,4456$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية أي أن: $|r| \geq r_{a/2} \leftarrow 0,6308 > 0,4456$

وبالتالي فإن السلسلة تحتوي على مركبة اتجاه عام إضافة إلى المركبة العشوائية.

٢- الكشف عن المركبة الموسمية (الفصلية):

تعبّر المركبة الموسمية عن تفاوت تغير قيم الظاهرة من فترة إلى أخرى ، حيث يمكن كشف وتحديد المركبة

الفصلية أو الموسمية ببيانها وبكل وضوح ، غير أن الطريقة البيانية تتطلب دقة كبيرة وبالتالي نعتمد أساسا على

الطريقة التحليلية في كشف وتحديد شكل المركبة الموسمية.

٢-أ- الكشف عن المركبة الموسمية:

لكشف المركبة الموسمية نستعمل أحد الاختبارات الإحصائية الأكثر تداولاً وهو اختبار "كروكسل-واليس" "Kruskall-Wallis" ويرمز له بالرمز: KW وتعطى علاقته كما يلي (1):

$$KW = \frac{12}{n(n-1)} \sum \frac{Rt^2}{m_i} - 3(n+1) \dots (2-6)$$

حيث أن هذا المقدار يتبع توزيع كاي مربع (C^2) بدرجات حرية: $df = p - 1$ (حيث p يمثل عدد فصول السنة)

علماً أن: R_i : تمثل رتب قيم الظاهرة أو قيم المتغير المدروس المقابلة للفصل (i).

m_i : تمثل عدد القيم أو المشاهدات المقابلة للفصل (i)، وتكون في أغلب الأحيان عدد السنوات، فإذا

كانت: $m_i > 5$ مع عدم وجود مركبة فصلية فإن: $KW \rightarrow C^2 (p-1)$

أما إذا كانت: $KW > C^2 (p-1)$ فإن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

p : دورية المركبة الموسمية، فإذا كانت السنة مقسمة إلى ثلاثيات فإن: $p = 4$ ، وهكذا.

مثال: لتكن لدينا السلسلة الزمنية التالية، نريد التأكد من وجود المركبة الموسمية:

جدول رقم (5): خاص بمعطيات المثال

	1	2	3	4
1998	14	20	44	21
1999	10	19	64	32
2000	12	12	68	29
2001	5	18	60	36
2002	6	11	64	50

- للكشف عن المركبة الموسمية نتبع الخطوات التالية:

1- وضع رتب لقيم السلسلة (Rt) من أصغر قيمة إلى أكبر قيمة حسب الجدول التالي:

	1	2	3	4
1998	7	10	15	11
1999	3	9	18	13
2000	5	5	20	12
2001	2	8	17	14
2002	1	4	18	16

2- تنظيم الرتب (Rt) إذا كان هناك تساوي في قيم الرتب:

نلاحظ وجود رتب متساوية، ففي مكانها نضع الوسط الحسابي للرتب المتساوية والرتبة الأكبر منهما

(1) جيلاطو جيلالي، مرجع سابق.

مباشرة تأخذ الترتيب الموالي ، ففي مكان 5 نضع 5,5 لأن $5.5=2\backslash 6+5$ ، نفس الشيء بالنسبة لـ: 18: نضع بدلها: 18.5 .

3- حساب قيمة KW بالاستعانة بالجدول التالي:

	1	2	3	4
1998	7	10	15	11
1999	3	9	18.5	13
2000	5.5	5.5	20	12
2001	2	8	17	14
2002	1	4	18.5	16
$\sum Rt$	18.5	36.5	89	66

- عدد القيم أو المشاهدات المقابلة لكل فصل = 5 أي أن: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 5$

- عدد القيم الكلية أو حجم العينة تساوي: $n = 20$ إذن:

$$KW = \frac{12}{20(20-1)} \sum \left(\frac{18,5^2}{5} + \frac{36,5^2}{5} + \frac{89^2}{5} + \frac{66^2}{5} \right) - 3(20+1) = 14,66$$

4- حساب قيمة كاي مربع (C^2) بدرجات حرية: $df = p - 1 = 4 - 1 = 3$ ومستوى معنوية 5%:

$$\chi_{p-1.5\%}^2 = \chi_{4,5\%}^2 = 7,81$$

نلاحظ أن قيمة KW أكبر من قيمة (C^2) إذن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

ملاحظة : حتى نتفادى الوقوع في المغالطة ، نقوم بعزل إزالة مركبة الاتجاه العام من السلسلة الزمنية قبل الشروع في الكشف عن المركبة الموسمية.

ب- تحديد شكل السلسلة الزمنية:

بعد التأكد من وجود المركبة الموسمية ، نقوم بتحديد شكل هذه المركبة (ضمن السلسلة الزمنية ككل) فيما إذا كانت تجميعية أو مضاعفة أو مختلطة ، وستنطلق إلى أهم الطرق التحليلية لتحديد شكل السلسلة الزمنية. (1)

1- طريق الوسط السنوي: تستعمل هذه الطريق فيما إذا كانت السنة مقسمة إلى فترات (شهر، ثلاثي، سداسي...) ولهذه الطريقة خطوتان:

أ- حساب المتوسط السنوي لكل سنة.

ب- حساب الفرق بين القيم الأصلية الخاصة بكل سنة والوسط السنوي المقابل لها ، فإذا كانت هذه الفروق تشكل متوالية حسابية أو قيم متقاربة نستنتج أن نموذج السلسلة الزمنية نموذج تجميعي ، أما إذا كانت الفروق تشكل متوالية هندسية أي أن الفروق تتضاعف من سنة إلى أخرى فنكون في حالة نموذج مضاعف.

(1) نصيب رجم ، مرجع سابق، ص55.

2- طريقة الانحراف المعياري السنوي: نقوم بتحديد الانحراف المعياري السنوي لكل سنة ، فإذا كانت قيم الانحرافات المعيارية متساوية أو متقاربة نكون في حالة نموذج تجميعي ، أما إذا كانت هذه القيم متباعدة فنكون في حالة نموذج مضاعف.(1)

3- طريقة المعادلة الانحدارية: تعتبر هذه الطريقة من أهم الطرق (والتي سنعتمدها) في تحديد شكل السلسلة الزمنية ، تعتمد هذه الطريقة على معامل انحدار المعادلة التالية: $SDi = a + b\bar{Y}t$

فمن خلال قيمة معامل الانحدار نبين فيما إذا كانت السلسلة الزمنية تجميعية أو مضاعفة أو مختلطة:

فإذا كانت b : اقل من 0,05 ($b < 0,05$) نكون في حالة نموذج تجميعي.

أما إذا كانت b : أكبر من 0,1 ($b < 0,1$) نكون في حالة نموذج مضاعف.

و أما إذا كانت b : محصورة بين ($0,05 < b < 0,1$) نكون في حالة نموذج مختلط.

مثال: تمثل السلسلة الزمنية التالية مبيعات سلعة معينة خلال 5 سنوات ، ونريد استخدام الطرق الثلاثة السابقة لتحديد شكل السلسلة الزمنية للمبيعات:

جدول رقم (6): خاص بمعطيات المثال

	1	2	3	4
1	20	28	22	34
2	19	39	25	44
3	21	49	33	55
4	23	60	37	66
5	24	71	42	76

1- بطريقة المتوسط السنوي:

أ- حساب المتوسط السنوي لكل سنة \bar{Y}_i

ب- حساب الفرق بين القيم الأصلية الخاصة بكل سنة والوسط السنوي المقابل لها، ويبين الجدول التالي مختلف العمليات الحسابية الخاصة بهذه الطريقة:

	1	2	3	4	\bar{Y}_i
1	6-	2	4-	8	26
2	12.75-	7.25	6.75-	12.25	31.75
3	18.5-	9.5	6.5-	15.5	39.5
4	23.5-	13.5	9.5-	19.5	46.51
5	29.25-	17.75	11.25-	22.75	53.25

نلاحظ أن الفروقات أو التغيرات بالنسبة للسداسي الأول مثلا تتضاعف من سنة إلى

(1)Colin Drury ,Management and cost Accounting , fourth Edition, international Thomson publishing company, New York , without date , P 681.

أخرى (6،12.75،18.5،23.5،29.5) نستنتج أن نموذج السلسلة الزمنية مضاعف ويكتب بالشكل التالي:

$$Y_i = X_i \times S_i \times (1 + e_i)$$

2- طريقة الانحراف المعياري السنوي: لهذه الطريقة خطوة واحدة وهي حساب الانحراف المعياري السنوي

لكل سنة ، يبين الجدول التالي مختلف العمليات الحسابية:

السنوات	\bar{Y}_i	SD_i
1	26	5.477
2	31.75	11.77
3	39.5	13.37
4	41.51	17.36
5	53.25	21.29

نلاحظ أن الانحرافات المعيارية SD_i غير ثابتة من سنة إلى أخرى ، وبالتالي النموذج الموافق لهذه السلسلة هو النموذج المضاعف.

3- طريقة المعادلة الانحدارية: حيث تتبع الخطوات التالية:

أ- حساب المتوسط السنوي لكل سنة \bar{Y}_i .

ب- حساب الانحرافات المعيارية لكل سنة SD_i .

ج- حساب معامل الانحدار b .

نقوم بحساب معامل الانحدار انطلاقاً من الجدول السابق بحيث

$$\hat{b} = \frac{\sum SD_i \cdot \bar{Y}_i - n \cdot \overline{SD} \cdot \bar{Y}}{\sum \bar{Y}_i^2 - n \cdot \bar{Y}^2}$$

$$\overline{SD} = \frac{69,267}{5} = 13,85$$

$$\bar{Y} = \frac{203}{5} = 40,602 \Rightarrow \bar{Y}^2 = 1648,52$$

$$\sum SD_i \cdot \bar{Y}_i = 3055,94$$

$$\sum \bar{Y}_i^2 = 8660,05$$

$$\hat{b} = \frac{3055,94 - 2812,37}{8660,05 - 8242,6} = \frac{243,22}{417,45} = 0,58$$

إذن بما أن قيمة معامل الانحدار أكبر من: 0,1 ($b = 0,58 > 0,1$) نستنتج أن نموذج السلسلة الزمنية الخاص

بالمبيعات نموذج مضاعف.

المبحث الثاني: التنبؤ بنماذج الاستقطاب.

للتنبؤ بنماذج الاستقطاب نكتفي بطريقة المربعات الصغرى ، حيث من خلالها نتطرق إلى طريقة "بويس بالو" Buys Ballot وطريقة "هولت-ونتراس" Holt -Winters ، وفي هذا المجال لا بد أن نفرق بين ثلاثة أنواع من نماذج السلاسل الزمنية (1):

- النوع الأول: النموذج العشوائي للسلسلة الزمنية، وهو النموذج الذي لا يحتوي إلا على المركبة العشوائية.
- النوع الثاني: نموذج الاتجاه العام للسلسلة الزمنية ، وهو النموذج الذي يحتوي على مركبة الاتجاه العام إضافة إلى المركبة العشوائية.

- النوع الثالث : وهو النموذج الذي يحتوي على كل المركبات :مركبة الاتجاه العام والمركبة العشوائية والمركبة الموسمية.

المطلب الأول : التنبؤ بنماذج الاتجاه العام : Linear Trend Model

أولاً - تقدير معاملات نموذج الاتجاه العام :

في هذه الحالة نقتصر على نموذج السلسلة الزمنية التي تحتوي على مركبتين فقط (مركبة الاتجاه العام والمركبة العشوائية).

إن العنصر الرئيسي الذي يؤثر في تطور الظاهرة في هذه الحالة هو عنصر الزمن (الاتجاه العام) مع وجود

$$Y_t = f(t; e_t) \quad \text{تغيرات عشوائية ضعيفة :}$$

ومع أن العلاقة خطية بين المتغير المستقل والمتغير التابع فإن النموذج يكتب بالشكل (2):

$$Y_t = a + bT + e_t \dots\dots\dots(2-7)$$

حيث (a) و (b) معلمتان يمكن تقديرهما بطريقة المربعات الصغرى و e_t المتغير العشوائي الذي يعبر عن جميع العوامل التي تؤثر في المتغير التابع ولكن محصلتها تساوي الصفر (لأن هذه العوامل ضعيفة كما فرضنا من قبل) ، و (Y_t) المتغير التابع أو قيم الظاهرة المدروسة ، و (T) المتغير المستقل ويمكن التعبير عنه إما بالسنوات أو بالفصول أو بالأشهر... الخ.

وللقيام بعملية التنبؤ نقوم بوضع صيغة كل من المعلمتين انطلاقاً من المعادلات الطبيعية وباستعمال طريقة المربعات الصغرى العادية كما رأينا ذلك في الفصل السابق:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2 = \text{Min} \sum_{t=1}^n (Y_t - a - bt)^2$$

حيث أن (a) و (b) مقدرات لـ : (a) و (b) على التوالي.

(1) Pierre Bailly , op cit ,P85.

(2) Léonard J , Kazemier , op cit , P327.

نتحصل على المعادلتين الطبيعيين التاليين:

$$\frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_t - a - bt)^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \sum_{t=1}^n (Y_t - a - bt)^2}{\partial b} = 0$$

وبالاشتقاق نحصل على ما يلي:

$$a = \bar{y} - b\bar{T}$$

$$b = \frac{\text{cov}(Y_t, T)}{V(t)} = \frac{\sum_{t=1}^n Y_t.T - n\bar{T}\bar{Y}}{\sum_{t=1}^n T^2 - n\bar{T}^2}$$

و بالتالي فإن العلاقتين السابقتين تصبحان بالشكل التالي: $\bar{T} = \frac{n+1}{2}$ و $V(t) = \frac{n^2-1}{12}$ إذن $T = \bar{T}n$ ومع العلم أن

$$a = \bar{Y} - b\left(\frac{n+1}{2}\right) \dots \dots (2-8)$$

$$b = \frac{\sum Y_t.T - n\left(\frac{n+1}{2}\right)\bar{Y}}{n\left(\frac{n^2-1}{12}\right)} \dots \dots (2-9)$$

مثال: يبين الجدول التالي تطور مبيعات مؤسسة ما عبر الزمن:

جدول رقم (7): خاص بمعطيات المثال

T الزمن	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Yt المبيعات	710	688	672	645	631	610	601	572	540

نريد تقدير معالم النموذج ، ووضع الشكل النهائي للنموذج ، ثم التنبؤ بالمبيعات للفترة العاشرة.

1- تقدير معالم النموذج:

$$\sum T.Y_t = 27140, \quad \bar{Y} = \frac{5669}{9} = 629,88$$

$$b = \frac{\sum T.Y_t - \frac{n(n-1)}{2} \bar{Y}}{\frac{n(n^2-1)}{12}} = \frac{27140 - 9(5)(629,88)}{\frac{9(81-1)}{12}} = -20,07$$

$$a = \bar{Y} - b\left(\frac{n+1}{2}\right) = 629,88 - (-20,07)(5) = 720,23$$

$$\hat{Y}_t = 730,23 - 20,07T$$

-ولتحديد الشكل النهائي للنموذج نضع جدول العمليات الحسابية التالية:

Yt	710	688	672	645	631	610	601	572	540
\hat{Y}_t	710.1	690.09	670.0	649.9	629.8	609.8	589.7	565.6	549.6
ξ_t	0.16-	2.09-	1.98	4.95-	1.12	0.19	11.26	2.33	9.6-
ξ_t^2	0.025	4.368	3.92	24.5	1.25	0.036	126.7	5.42	92.16

نقوم بحساب قيم كل من التباين المقدر للمتغير العشوائي والمعلمتين:

$$\hat{V}(I^2t) = \frac{\sum I^2t}{n-2} = \frac{258,48}{9-2} = 36,92. \quad (\sum I^2t = 258,48)$$

$$\hat{V}(b) = \frac{\hat{V}(I_t)}{\sum (t-\bar{t})^2} = \frac{\hat{V}(I_t)}{n(n^2-1)} = \frac{36,92}{9(81-1)} = 0,61$$

$$SD_b = 0,78 \quad (\sqrt{V(b)})$$

$$\hat{V}(a) = \bar{t}^2 \cdot V(b) + V(I^2t) / n = \left(\frac{n+1}{2} \right) V(b) + \frac{V(zt)}{n}$$

$$V(a) = 25 \times 0,615 + \frac{36,92}{9} = 19,48 \Rightarrow SDa = 4,410$$

معامل التحديد ومعامل الارتباط:

$$r = \frac{\text{cov}(T.Y)}{SD_t \cdot SD_y} = \frac{\frac{27140}{9} - 629,88 \times 5}{52,131 \times 2,58} = -0,994 \Rightarrow R = 0,988$$

حيث أن الشكل النهائي للنموذج يكتب بالشكل التالي :

$$\left. \begin{array}{l} SDa=4,414 \\ SDb=0,784 \end{array} \right\} \begin{array}{l} r = 0,997 \\ R = 0,988 \end{array} \quad \text{علما أن } \hat{Y}_t = 730,23 - 20,07 T$$

إذن قيمة المبيعات المقدرة للفترة العاشرة ($T=10$) هي: $\hat{Y}_t = 730,23 - 20,07(10) = 529,53$

ثانيا - تحديد نموذج الاتجاه العام في حالة التوجهات غير الخطية : Non-linear trend

قد نجد حالات مغايرة للاتجاه الخطي ومعقدة نسبيا عن وصف التغيرات للسلسلة الزمنية بحيث لا يمكن معها استخدام الطرق الخطية ، هنا نحتاج إلى استخدام معادلة خطية مناسبة لقياس منحني الاتجاه العام ، ومن أهم هذه التوجهات نجد :

1- معادلات الاتجاه التربيعي : quadratic trend Equation

تسمى أيضا بمعادلة اتجاه القطع المكافئ Parabolic trends ، أو بمعادلة الدرجة الثانية، ولها الصيغة

$$Y = a + bX + C X^2 \dots\dots\dots (I) \quad \text{التالية (1):}$$

ولتعيين قيم a و b و c نستخدم المعادلة الطبيعية لطريقة المربعات الصغرى التالية (2):

$$\sum Y = N a + b \sum X + C \sum X^2 \dots\dots\dots (1)$$

بضرب طرفي المعادلة (I) في $(\sum X)$ نجد:

$$\sum XY = a \sum X + b \sum X^2 + C \sum X^3 \dots\dots\dots (2)$$

(1) Leonard .J. Kazmier . op cit , P328.

(2) امتثال محمد حسن ، مرجع سابق ، ص392.

بضرب طرفي المعادلة (I) في $(\sum X^2)$ نجد:

$$\sum X^2 Y = a \sum X^2 + b \sum X^3 + c \sum X^4 \dots\dots\dots (3)$$

وبأخذ السنة في منتصف السلسلة الزمنية كنقطة أصل تصبح: $(\sum X = 0)$ وكذلك: $\sum X^3 = 0$ وبذلك يمكن كتابة المعادلات الطبيعية السابقة كالآتي:

المعادلة (1) تصبح:

$$\sum Y = Na + c \sum X^2$$

$$\sum XY = b \sum X^2 \Rightarrow b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \text{ المعادلة (2) تصبح:}$$

$$\sum X^2 Y = a \sum X^2 + c \sum X^4$$

المعادلة (3) تصبح:

كما يمكن حساب a و b و c باستخدام طريقة المربعات الصغرى الناتجة عن حل المعادلات الثلاثة السابقة لنحصل على:

$$a = \frac{\sum Y \sum X^4 - \sum X^2 Y \sum X^2}{n \sum X^4 - (\sum X^2)^2}$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$

$$c = \frac{n \sum X^2 Y - \sum X^2 \sum Y}{n \sum X^4 - (\sum X^2)^2}$$

2- معادلات الاتجاه الأسّي: Exponential trend Equation

تستخدم المعادلات الأسية لقياس الاتجاهات التي تكون نسب التغير السنوي لها ثابتة ، وكما عرفنا من قبل إذا كانت الظاهرة تزيد (أو تنقص) بمقدار ثابت في كل فترة زمنية فإنه يمكن توفيق الاتجاه العام للسلسلة الزمنية بمعادلة من الدرجة الأولى ، أما إذا كانت الظاهرة تزيد (أو تنقص) بمعدل ثابت فإنه يمكن توفيق الاتجاه العام

$$Y = ab^X \text{ : (1) كما يلي}$$

يمكن وضع هذه المعادلة على صورة لوغاريتمية خطية Log-linear عن طريق أخذ لوغاريتم الطرفين لتصبح:

$$\log Y = \log a + X \log b$$

$$\sum \log Y = N \cdot \log a + \log b \sum X \text{ بإدخال صيغة الجمع على المعادلة نجد:}$$

$$\sum X \sum \log Y = \log \sum X + \log b (\sum X)^2 \text{ نجد } (\sum X)$$

وبأخذ السنة في منتصف السلسلة الزمنية كنقطة أصل تصبح: $(\sum X = 0)$ وبالتعويض في المعادلتين

(1) امثال محمد حسن ، مرجع سابق ، ص398.

الطبيعتين بـ : $(\sum X = 0)$ نحصل على الصيغة المختصرة التالية:

$$\log a = \frac{\sum \log Y}{N}$$

$$\log b = \frac{\sum X \sum Y}{\sum X^2}$$

3- معادلات اتجاهات غير خطية أخرى :

هناك طرق أخرى لقياس الاتجاه ، إلا أنها أقل استخداماً وأكثر حاجة إلى تفاصيل رياضية و حسابية نشير إليها في الآتي ، حيث يلجأ إلى مثل هذه الطرق في حالة عدم تطبيق المعطيات بواسطة المعادلات غير الخطية السابقة وأهمها⁽¹⁾:

أ- منحنى دالة القوة: Power function:

$$Y = a X^b$$

وباستخدام الخصائص اللوغارتمية لتحويلها إلى معادلة خطية لوغارتمية نحصل على:

$$\log Y = \log a + b \log X$$

و بتوظيف طريقة المربعات الصغرى للحصول على المعلمات a و b تكون لدينا المعادلات التالية:

$$\sum \log Y = N \cdot \log a + b \sum \log X$$

$$\sum \log X \log Y = \log a (\sum \log X) + b \sum (\log X)^2$$

ب- منحنى جامبرت⁽²⁾: Gomperts curve

يستخدم عندما يكون اتجاه السلسلة الزمنية يدل على نمو مرتفع جداً (أو منخفض جداً) وشكل العلاقة في

$$Y = K a^{bX}$$

والشكل بعد التحويل اللوغارتمى هو (حيث K يمثل الثابت):

$$\log Y = \log K + \log b X$$

ج- منحنى لو جستنك⁽³⁾: Logistic curve:

يستخدم مع بعض ظواهر النمو الاقتصادي والصناعي ، وله معادلة لها شكلين:

$$Y = \frac{1}{K + a b^x} \quad \text{أو:}$$

$$\frac{1}{Y} = K + a b^x$$

حيث يتم إجراء بعض التعديلات بواسطة الطرق الرياضية وكذا إدخال اللوغارتم ثم توظيف طريقة المربعات الصغرى للحصول على المعلمات (a) و (b) .

(1) عبد المجيد عبد الحميد البلداوي ، مرجع سابق ، صص 584-585.

(2) Pierre, Bailly , op, cit , P88

(3) Ibid , P88.

ثالثاً- مدى صلاحية النموذج ومجال الثقة للتنبؤ :

لا يمكن الحكم على مدى صلاحية النموذج إلا بعد استخدام الاختبارات الإحصائية (اختبار ستودنت (student tests) إلى جانب الأدوات الإحصائية الأخرى .

ولتحديد مدى صلاحية النموذج الانحداري بصفة عامة ونموذج الاتجاه العام بصفة خاصة ، نستعمل بعض الأدوات الإحصائية من بينها إحصائية "ستودنت" لاختبار معنوية معاملات النموذج كل واحدة على حدى ، وإحصائية "ستودنت" هي عبارة عن النسبة بين قيمة المعلمة وانحرافها المعياري⁽¹⁾ كما سنتعرض لهذا بالتفصيل في الفصل الموالي):

$$t = \frac{b - B}{SD_b} \rightarrow t\left(\frac{a}{2}; n - k\right)$$

حسب الفرضيتين التاليتين:

$$H_0 : B = 0$$

$$H_i : B \neq 0$$

حيث أن n عدد المشاهدات أو حجم العينة ، و K عدد المعلمات المقدرة، و $n - K$ عدد درجات الحرية و (a) يمثل مستوى المعنوية.

بحيث إذا كانت $t_{cal} > t_{tab}\left(\frac{a}{2}; n - k\right)$ نقول أن إحصائية ستودنت المحسوبة (calculée) أكبر من الإحصائية الجدولة (tabulée) ففي هذه الحالة تكون للمعلمة (B) مدلولية وبالتالي نرفض فرضية العدم والنموذج صالح ، أما إذا كانت المحسوبة أقل من الجدولة ففي هذه الحالة نقبل فرضية العدم وبالتالي ليس للمعلمة معنوية ونستنتج أن النموذج غير صالح⁽²⁾.

كما يمكن تحديد مجال الثقة للقيمة المتنبأ بها للفترة اللاحقة عند مستوى معنوية يتم تحديده ، بحيث نحتاج

$$V(Zq) = V(1t)\left(1 + \frac{1}{n}\right) + (q - t^2)^2 \cdot V(b)$$

إلى تباين خطأ التقدير للمتغير المعياري بالعلاقة: $(10 - 2)$ (2 - 10) $(\hat{Y} \pm t_{\frac{a}{2}} \cdot SD_{Zq})$

ففي المثال السابق:

نقارن بين إحصائية ستودنت المحسوبة والمجدولة:

$$t_{cal} = \frac{b}{SD_b} = \frac{20,07}{0,784} = 25,6$$

ثانياً: نحدد الإحصائية الجدولة من جدول ستودنت حسب درجات الحرية ومستوى المعنوية، إذ نلاحظ من

⁽¹⁾ Joseph G, Monks , op cit ,P168.

⁽²⁾ د. خرباشي حميد ، محاضرات في مقياس مناهج القرارات ، مقدمة لطلبة ماجستير تخصص استراتيجيات ، كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية ، جامعة محمد بو ضياف بالمسيلة ، 2004.

جدول المعطيات أن عدد المشاهدات يساوي: $n=9$ ، وعدد المعلمات يساوي: $K=2$ وبالتالي فإن درجات

$$\text{الحرية: } df = n - k = 9 - 2 = 7$$

ونفترض أن مستوى المعنوية $\alpha = 5\%$ وبالتالي فإن احتمال الثقة يساوي $95\% = (1 - 0,05)$ إذن:

$$t_{tab} \left(\frac{\alpha}{2}, 7 \right) = 2.365$$

إذن:

$$t_{cal} = 25.6 > t_{tab} = 2.365$$

النتيجة: نرفض فرضية العدم ونقول أن للمعلمة المقدرة مدلولية ونستنتج أن النموذج صالح.

ولتحديد مجال الثقة للقيمة المتنبأ بها نحدد أولاً $V(Zq)$ كما يلي:

$$\begin{aligned} V(Zq) &= V(\mathbf{1}t) \left(1 + \frac{1}{n}\right) + (q - t)^2 \cdot V(b) \\ &= 36,926 \left(1 + \frac{1}{9}\right) + (10 - 5)^2 \times 0,6154 = 56,41 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow SD_{Zq} = \sqrt{V(Zq)} = \sqrt{56,41} = 7,51$$

إذن مجال الثقة لهذا التنبؤ هو:

$$(\hat{Y} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot SD_{Zq}) = [529,53 \pm 2,36 \times 7,51] = [511,8 ; 547,25]$$

أي على ثقة مقدارها 95% أن قيمة المبيعات المقدرة للفترة العاشرة لا يمكن أن تخرج عن المجال:

$$[511,8 ; 547,25]$$

ملاحظة: سنتطرق بالتفصيل لنظرية القرار الإحصائي واختبار الفرضيات مع تحديد مختلف المفاهيم المتعلقة

بهما في الفصل الموالي.

المطلب الثاني: التنبؤ بالنماذج الخاضعة للتغيرات الموسمية.

إضافة إلى المركبة العشوائية ومركبة الاتجاه العام تضاف المركبة الموسمية التي تعبر عن التغيرات الفصلية أو الموسمية، وفي هذه الحالة كما رأينا سابقا ، لا بد أن نفرق بين حالتين (أو شكلين): الشكل التجميعي ، والشكل المضاعف ، وللكشف عن هذه الأشكال نستعمل طريقتين (على الأقل) الطريقة البيانية والطريقة التحليلية (كما رأينا سابقا) .

ولتقدير معلمات النموذج نستعمل طريقة المربعات الصغرى بالاستعانة بجدول "بويس بالو" "Buys-Ballot"

أولا- تقدير معلمات النموذج باستعمال طريقة جدول "Buys-Ballot"⁽¹⁾:
ليكن الشكل التجميعي التالي:

$$Y_t = X_t + S_t + e_t \quad \text{أو} \quad Y_t = a + bT + S_t + e_t \dots\dots\dots(2-11)$$

حيث أن: Y_t : تمثل المتغير التابع.

X_t : تمثل مركبة الاتجاه العام.

S_t : تمثل المركبة الموسمية و e_t المركبة العشوائية.

مع ملاحظة أنه من بين شروط النموذج أن مجموع التغيرات الموسمية يساوي الصفر أي:

$$\sum_{j=0}^m S_j = 0$$

لتسهيل تقدير معلمات النموذج نضع التغيرات التالية⁽²⁾: $t = (j + m(i - 1))$ حيث أن:

j : هو رقم جزء السنة (رقم الشهر أو السداسي...)

m : عدد أجزاء السنة (عدد الأشهر ، عدد الثلاثيات،...)

i : رقم السنة.

$$dj = a + Sj \Rightarrow \sum aj = \sum a + \sum Sj$$

$$\left(\sum Sj = 0 \text{ لأن } \right) \Rightarrow \sum aj = m.a + 0 \Rightarrow a = \frac{\sum aj}{m}$$

وبالتالي فإن النموذج يكتب بالشكل التالي:

$$Y_{i,j} = b.(j + m(i - 1)) + a_j + e_{i,j} \dots\dots\dots(2-12)$$

نلاحظ أنه أصبح لدينا معلمتين b و a_j نقوم بتقديرهما باستعمال طريقة المربعات الصغرى العادية:

$$\sum_i \sum_j e_{ij}^2 = \sum_i \sum_j [Y_{ij} - b(j + m(i - 1)) - a_j]^2 = \min$$

حتى تتمكن من تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية:

⁽¹⁾Jean Pierre Védrine ,op cit ,P-P 19-18.

⁽²⁾ جيلاطو جيلالي ، مرجع سابق.

$$\frac{\partial \sum \sum e_{ij}^2}{\partial a_j} = 0 \rightarrow (I)$$

$$\frac{\partial \sum \sum e_{ij}^2}{\partial b} = 0 \rightarrow (II)$$

ثانيا - البحث عن علاقات المعلمات:

1- البحث عن علاقة (a_j) :

نشتق المقدار (I) بالنسبة لـ (a_j) : (حيث أن (a_{ij}) لا تظهر إلا في n حدا من بين $n \times m$ حدا)

$$-2 \sum_{i=1}^n [Y_{ij} - b(j + m(i-1)) - a_j] = 0$$

$$\sum_{i=1}^n [Y_{ij} - b(j + m(i-1)) - a_j] = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_{ij} = \sum b[j + m(i-1)] + \sum_{i=1}^n a_j$$

$$\sum_{i=0}^n Y_{ij} = n.b.j + \sum_{i=1}^n b.m(i-1) + n.a_j$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n Y_{ij}}{n} = b.j + b.m \frac{\sum (i-1)}{n} + a_j$$

بحيث وبقسمة الطرفين على n حصلنا على المعادلة الأخيرة.

حيث أن $\bar{Y}_j = \frac{\sum_{i=0}^n Y_{ij}}{n}$ وهو عبارة عن متوسط جزء السنة مثال المتوسط الشهري أو الثلاثي.

$$\frac{\sum (i-1)}{n} = \frac{n-1}{2} \quad \text{إذن: } a_j = \bar{Y}_j - b(j + n \frac{(n-1)}{2})$$

2- البحث عن علاقة (a) :

وكما رأينا سابقا فإن:

$$a = \frac{\sum_{j=1}^m \left[\bar{Y}_j - b \left(j + m \frac{(n-1)}{2} \right) \right]}{m} \quad \text{إذن: } a = \frac{\sum_{j=1}^m a_j}{n}$$

ومع أن: $\bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^m Y_j}{m}$ وهو عبارة عن متوسط المتوسطات (سواء تعلق الأمر بالنسبة للمتوسطات السنوية أو متوسطات أجزاء السنة)

وكذلك: $\frac{\sum bj}{m} = \frac{b \sum j}{n} = b \frac{(m+1)}{2}$ وبالتالي فإن العلاقة النهائية لـ a تكتب كما يلي:

$$a = \bar{\bar{Y}} - b \left[\frac{m+1}{2} + \frac{m(n-1)}{2} \right] = \bar{\bar{Y}} - b \left(\frac{m.n+1}{2} \right) \dots\dots (2-13)$$

3- البحث عن علاقة S_j :

بما أن $S_j = a_j - a$ فإن $a_j = a + S_j$

$$S_j = \bar{Y}_j - \bar{\bar{Y}} - b \left(j - \frac{(m+1)}{2} \right) \dots\dots (2-14)$$

4- تقدير معامل الانحدار b :

نشتق المقدار (II) $\rightarrow \frac{\partial \sum \sum z_{ij}^2}{\partial b} = 0$ بالنسبة ل: b أي أن :

$$\frac{\partial \sum \left[\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}} - bm \left(1 - \frac{(n+1)}{2} \right) \right]^2}{\partial b} = 0$$

لتحصل على ما يلي:

$$m.b = \frac{\sum i.\bar{Y}_i - n \frac{(n+1)}{2} .\bar{\bar{Y}}}{n \frac{(n^2-1)}{12}}$$

ومنه $m.b$:

$$b = \frac{12 \sum \left[i.\bar{Y}_i - n \left(\frac{n+1}{2} \right) .\bar{\bar{Y}} \right]}{m.n.(n^2-1)} \dots\dots (2-15)$$

إذن نلخص فيما يلي العلاقات الثلاثة المستعملة في جدول "Buys-Ballot" لتقدير معالمات السلسلة الزمنية بمركباتها الثلاثة (الاتجاه العام ، المركبة الموسمية ، والمركبة العشوائية):

$$b = \frac{12 \sum \left[i.\bar{Y}_i - n \left(\frac{n+1}{2} \right) .\bar{\bar{Y}} \right]}{m.n.(n^2-1)}$$

$$a = \bar{\bar{Y}} - b \left(\frac{m.n+1}{2} \right)$$

$$S_j = \bar{Y}_j - \bar{\bar{Y}} - b \left(j - \frac{(m+1)}{2} \right)$$

مثال: تبين السلسلة الزمنية التالية تطور مبيعات إحدى المؤسسات عبر سنوات خلال الفصول الأربعة كما يلي:

جدول رقم (8): خاص بمعطيات المثال

	1	2	3	4	\bar{Y}_i
1	31.5	31	37	43	35.62
2	40	34	37.5	44.5	39
3	43.5	40.5	49.5	50.5	46
4	46	43.5	52.5	57	49.75
5	54.5	48.5	55.5		52.83

وكان المطلوب منا ما يلي:

- 1- تحديد شكل السلسلة الزمنية.
- 2- التأكد من وجود المركبة الموسمية.
- 3- وضع السلسلة المصححة وذلك بإزالة المركبة الموسمية.
- 4- تقدير معلمات السلسلة الزمنية باستعمال جدول Buys-Ballot.
- 5- تقدير حجم المبيعات للثلاثي الرابع للسنة الخامسة.

الحل:

1- تحديد شكل السلسلة الزمنية باستعمال المعادلة الانحدارية: $SDi = a + \bar{Y}_i$

$$\hat{b} = \frac{\sum SDi \cdot \bar{Y}_i - n \cdot \overline{SD} \cdot \bar{\bar{Y}}}{\sum \bar{Y}_i^2 - n \cdot \bar{\bar{Y}}^2}$$

ويبين الجدول التالي مختلف العمليات الحسابية:

السنة	1	2	3	4	5	المجموع
SDi	4.86	3.82	4.15	5.32	3.147	21.3
\bar{Y}_i	35.62	39	46	49.75	52.83	223.2
$SDi \cdot \bar{Y}_i$	173.3	178.98	191.03	264.67	166.25	944.259

حيث أن من الجدول نتحصل على:

$$\overline{SD} = \frac{21,3}{5} = 4,261$$

$$\bar{\bar{Y}} = \frac{223,2}{5} = 44,64$$

$$\hat{b} = \frac{944,259 - 5 \times 4,261 \times 44,641}{10172,21 - 9964,094} = \frac{-6,8175}{208,116} = -0,032$$

إذن بما أن $b = -0,032 < 0,05$ فإن نموذج السلسلة الزمني تجميعي ويكتب بالشكل:

$$Y_t = a + bT + S_t + e_t$$

2- التأكد من وجود المركبة الموسمية:

للتأكد من وجود هذه المركبة أو عدمها نستعمل اختبار Kruskal-Wallis :

حيث أولاً نحدد رتب قيم السلسلة الزمنية R_i في الجدول التالي:

	1	2	3	4
1	2	1	4	8
2	6	3	5	11
3	9/9.5	7	14	15
4	12	9/9.5	16	19
5	17	13	18	
R_i	46.5	33.5	57	53

نلاحظ من الجدول أن هناك رتبتان متساويتان ، في هذه الحالة وحتى نحافظ على مجموع الرتب نضع مكان الرتب المتساوية متوسط الرتبة الأصلية والرتبة الأكبر منها مباشرة مثلاً نضع : $(9 + 10)/2 = 9,5$.

$$KW = \frac{12}{n(n-1)} \sum \frac{R_i^2}{m_i} - 3(n+1) \text{ وفقاً للصيغة:}$$

$$KW = \frac{12}{19(19+1)} \sum \left(\frac{46,5^2}{5} + \frac{33,5^2}{5} + \frac{57^2}{5} + \frac{53^2}{5} \right) - 3(19+1) = 3,44$$

حساب قيمة كاي مربع (C^2) بدرجات حرية: $df = p - 1 = 4 - 1 = 3$ ومستوى معنوية: 5%:

$$\chi_{p-1.5\%}^2 = \chi_{4,5\%}^2 = 7,81$$

نلاحظ أن قيمة KW أقل من قيمة (C^2) إذن السلسلة الزمنية لا تحتوي على المركبة الموسمية، ولمعالجة هذه الظاهرة وتفادياً للمغالطة نقوم بعزل مركبة الاتجاه العام ثم التأكد من وجود أو عدم وجود المركبة الموسمية.

3- وضع السلسلة المصححة أو المعدلة SCVS:

لوضع السلسلة المصححة نمر بخمس خطوات :

أ- حساب المتوسطات المتحركة.

ب- حساب المعاملات الموسمية.

ج- حساب المؤشرات الموسمية.

د- تعديل المؤشرات الموسمية (إذا كانت هناك ضرورة للتعديل).

ه- حساب السلسلة الزمنية المصححة.

أ- حساب المتوسطات المتحركة: إن الهدف من حساب هذه المتوسطات هو إزالة المركبة الموسمية والعشوائية

، ويرمز لها بالرمز: Z_t وهي عبارة عن متوسط لمجموعة من القيم حيث أن عدد هذه القيم يساوي دورية السلسلة الزمنية .

يبين الجدول التالي المتوسطات المتحركة للسلسلة الزمنية:

	1	2	3	4
1	-	-	36.68	38.12
2	38.5	38.81	39.43	40.68
3	43	45.25	46.31	47
4	47.75	48.93	50.81	52.5
5	53.5	53.87	-	-

ملاحظة : دورية السلسلة الزمنية تساوي (4) في هذه الحالة بحيث أن قيم المتوسطات المتحركة تكون متزايدة ، و إذا لم تكن كذلك لا بد من تغيير هذه الدورية مثلا تعطى لها قيمة: (3) أو (5) ، ولكن دورية السلسلة الزمنية غيرت إلى (5) (عدد فردي) حتى توضع القيمة المحصل عليها في المركز ، مثلا:

$$Z_{1,3} = \frac{\left(\frac{31.5}{2} + 31 + 37 + 43 + \frac{40}{2}\right)}{4} = 36,68$$

$$Z_{1,4} = \frac{\left(\frac{31}{2} + 37 + 43 + 40 + \frac{34}{2}\right)}{4} = 38,12$$

$$Z_{2,1} = \frac{\left(\frac{37}{2} + 43 + 40 + 34 + \frac{37.5}{2}\right)}{4} = 38,56$$

وهكذا حتى نصل إلى آخر قيمة من قيم المتوسطات المتحركة ، وسميت بالمتحركة لأننا كل مرة نتحرك بقيمة إلى الأمام أي أننا نضيف قيمة ونطرح قيمة.

ب- حساب المعاملات الموسمية: $C_{i,j} = Y_{i,j} - Z_{i,j}$ حسب الجدول التالي:

	1	2	3	4
1	-	-	0.32	4.88
2	1.44	4.81-	1.92-	3.82
3	0.5	4.75-	3.19	3.5
4	0.175-	5.43-	1.69	4.5
5	1	5.37-	-	-

ج- حساب المؤشرات الموسمية أو الفصلية (يرمز لها بالرمز: C_j): وهي عبارة عن متوسط المعاملات المقابلة لكل جزء من السنة (في هذه الحالة المقابلة لكل فصل) ، ويؤخذ بعين الاعتبار وفي اغلب الأحيان الوسط الحسابي للمعاملات الموسمية المقابلة لكل جزء من السنة.

وبما أننا مع نموذج تجميعي ، يجب أن يتحقق الشرط التالي: $\sum C_j = 0$ وفي حالة عدم تحققه يجب تعديل أو تصحيح المؤشرات الموسمية وذلك بطرح متوسط هذه المؤشرات من كل مؤشر موسمي بالشكل التالي:

Cj	0.2975	5.09-	0.8175	4.175
C_j^R	0.2475	5.14-	0.7675	4.125

نلاحظ أن مجموع المؤشرات الموسمية تختلف عن الصفر ($\sum C_j = 0,2$) وبالتالي يجب تعديل أو تصحيح هذه المؤشرات ، حيث أن المؤشرات المصححة أو المعدلة (C_j^R) هي عبارة عن المؤشرات الموسمية مطروحا منها الوسط الحسابي لهذه المؤشرات : $C_j^R = C_j - \bar{C}$ علماً أن:

$$\bar{C} = \frac{\sum C_j}{4} = \frac{0,2}{4} = 0,05$$

وأخيراً نضع جدول السلسلة المعدلة أو المصححة : $C_{i,j}^R = Y_{i,j} + C_j^R$ كما يلي :

	1	2	3	4
1	31.25	36.14	36.23	38.87
2	39.75	39.14	36.73	40.375
3	43.25	45.64	48.73	46.375
4	45.75	48.64	51.73	52.875
5	54.25	53.64	54.73	-

4-تقدير معاملات السلسلة الزمنية (b, a, S_j) باستعمال جدول Buys-Ballot:

أولاً : نضع جدول Buys-Ballot كما يلي:

	1	2	3	4	\bar{Y}_i	$i \cdot \bar{Y}_i$
1	31.5	31	37	43	35.625	35.625
2	40	34	37.5	44.5	39	78
3	43.5	40.5	49.5	50.5	46	138
4	46	43.5	52.5	57	49.75	199
5	54.5	48.5	55.5	-	52.83	264.15
\bar{Y}	43.1	39.5	46.4	48.75	$\bar{\bar{Y}} = 44.44$	714.77
Sj	0.46	4.34-	1.36	2.51		

ثانيا: تقدير المعلمات (b, a, S_j) :

-تقدير المعلمة b :

$$b = \frac{12 \left[714,77 - \frac{5(5+1)}{2} \times 44,44 \right]}{4 \times 5(5^2 - 1)} = \frac{578,04}{480} = 1,2$$

$$a = 44,44 - 1,2 \left(\frac{20+1}{2} \right) = 31,84 \quad \text{-تقدير المعلمة } a$$

تقدير المعلمة S_j :

$$S_j = \bar{Y}_j - \bar{Y} - b \left(j - \frac{(m+1)}{2} \right)$$

$$S_1 = 43,1 - 44,44 - 1,2(1 - 2,5) = 0,46$$

$$S_2 = 39,5 - 44,44 - 1,2(2 - 2,5) = -4,34$$

$$S_3 = 46,4 - 44,44 - 1,2(3 - 2,5) = 1,36$$

$$S_4 = 48,75 - 44,44 - 1,2(4 - 2,5) = 2,51$$

وبالتالي فإن نموذج السلسلة الزمنية يكتب بالشكل التالي:

$$Y_{i,j} = 31,84 + 1,2(j + m(i-1)) + \begin{cases} 0,46 \\ -4,34 \\ 1,36 \\ 2,51 \end{cases}$$

إذن نلاحظ أن مجموع S_j يساوي الصفر أي: $\sum S_j = 0,46 - 4,34 + 1,36 + 2,51 = 0$

5-تقدير حجم المبيعات للثلاثي الرابع للسنة الخامسة:

$$Y_{5,4} = 31,84 + 1,2(4 + 4(5-1)) + 2,51 = 58,35$$

(بما أن $j=4$ تأخذ $S_j=2,51$)

حجم المبيعات للثلاثي الرابع للسنة الخامسة هو: 58,35 وحدة .

بما أن السلسلة الزمنية عبارة عن مجموعة من المشاهدات حول ظاهرة ما تتطور حسب الزمن ، فمن هذا المنطلق يمكن اعتبار أن حجم المبيعات ظاهرة يمكن ملاحظة (قياس) تطورها مع الزمن (الأيام أو الأشهر أو السنوات أو الوحدة الزمنية المختارة لذلك) ، إذن يمكن نمذجتها كسلسلة زمنية لها حركة عبر الزمن ، حيث يمكن الكشف على مختلف مركباتها و شكلها النموذجي العام ، ثم صياغة نموذج محدد للسلسلة الزمنية (نموذج اتجاه عام أو نموذج خاضع للتغيرات الموسمية) و من ثم إمكانية استخدام هذا النموذج في التنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة .

إذ يمكن اختبار معنوية النموذج و إجراء مختلف الاختبارات الاحصائية لمعلومات النموذج ، وكذلك إمكانية التنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة من خلال هذا النموذج ثم تحديد مجال باحتمال معين للقيمة المتنبأ بها .

ويتم أخذ نفس الإجراءات لنموذج الانحدار البسيط ، و باستخدام مجموعة من المعايير يتم الحكم على أي النموذجين يمكن أن يكون صالحا للتنبؤ بحجم المبيعات دون الآخر ، و هذا ما يمكن أن نتناوله في الفصل الموالي.

الفصل الثالث: المفاضلة بين النموذج في التنبؤ بحجم المبيعات.

بعد عرضنا في الفصلين السابقين لكلى النموذجين ، بشيء من التفصيل ، في هذا الفصل سنحاول تبيان كيفية بناء كلى النموذجين و كيفية استخدامهما في التنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة ، حيث و من خلال الاختبارات الإحصائية لمعلومات النموذج ثم للنموذج ككل ، ثم نحاول استخدام كل نموذج في التنبؤ ، ثم نحاول ومن خلال مجموعة من المعايير الإحصائية الخروج بحكم حول أي نموذج يمكن الاعتماد عليه في التنبؤ بحجم المبيعات بدلا من الآخر ، من خلال مجموعة من المعايير والتي سنعرضها في هذا الفصل.

المبحث الأول: الاختبارات الإحصائية حول معنوية معالم النموذج .

المطلب الأول: الاختبارات الإحصائية وجودة التوفيق.

أولا- الاختبارات الإحصائية :

1- مفهوم الفرضية الإحصائية :

هي مقولة أو إفادة تتعلق بالمجتمع الإحصائي ، وتحتل الصحة أو الخطأ ، إذ أن صحة الفرضية أو خطأها لا يمكن معرفته بدقة إلا إذا تفحصنا المجتمع الإحصائي بأكمله وهذا غير عملي في معظم الحالات ، لذا نختار عينة من المجتمع ، ونستخدم المعلومات التي تحتويها العينة لنخرج بقرار ما إذا كانت الفرضية صحيحة أو خاطئة⁽¹⁾.

من الواضح أن العينة التي تتناقض مع الفرضية الموضوعية تقودنا إلى رفض الفرضية بينما إذا دعمت الفرضية هذه العينة قبلناها ويجب التوضيح أن قبول الفرضية الإحصائية ليس إلا نتيجة لعدم كفاية رفضها ولا يتضمن بالضرورة أن تكون صحيحة⁽²⁾.

فمثلا لإثبات أن مبيعات منتج ما في منطقة ما أعلى منه في منطقة أخرى نضع الفرضية : أن لا فرق بين المبيعات في المنطقتين.

إن الفرضية التي نضعها بأمل أن نرفضها تسمى بالفرضية الابتدائية و يرمز لها بالرمز: H_0 (أو H_A).

إن رفض الفرضية H_0 يقود إلى قبول غيرها (الفرضية البديلة) التي نرمز لها بالرمز: H_i (أو H_N).

والفرضية الابتدائية توضع دائما لتعيين قيمة صحيحة لوسط المجتمع ، بينما الفرضية البديلة تسمح بإمكانيات عديدة منها:

(1) أنور اللحام ، شفيق ياسين ، مبادئ الإحصاء والاحتمال ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 1991، ص199.
(2) عبد المرزقي حامد عزام ، أسامة عبد العزيز حسين ، أساسيات الاستدلال الإحصائي ، الدار الجامعية ، مصر ، 2001 ، ص335.

$$H_0: m = 5$$

$$H_i: m > 5$$

$$\text{أو: } H_0: m = 5$$

$$H_i: m < 5$$

2- الاختبارات الإحصائية لمتوسط المجتمع m :

إن متوسط المجتمع m يساوي قيمة معينة m_0 بفرض أن تشتته معلوم s^2 بأخذ الفرضيتين:

$$H_0: m = m_0$$

$$H_i: m \neq m_0$$

من نظرية النهاية المركزية نعلم أن توزيع \bar{X} هو التوزيع النظامي تقريبا بمتوسط $m_0 = m$ وتشتت: $s_{\bar{X}}^2 = \frac{s^2}{n}$.

حيث أن: \bar{X} : تمثل المتوسط الحسابي لمجتمع لعينة حجمها n من مجتمع حجمه N و σ^2 الانحراف المعياري للمجتمع و $s_{\bar{X}}^2$ الانحراف المعياري للعينة.

فإذا أخذنا α مستوى الأهمية، فمن الممكن إيجاد قيمتين حرجتين:

$$\bar{X}_1 \text{ و } \bar{X}_2 \text{ بحيث يمثل المجال: } \bar{X}_2 < \bar{X} < \bar{X}_1 \text{ منطقة الرفض. (1)}$$

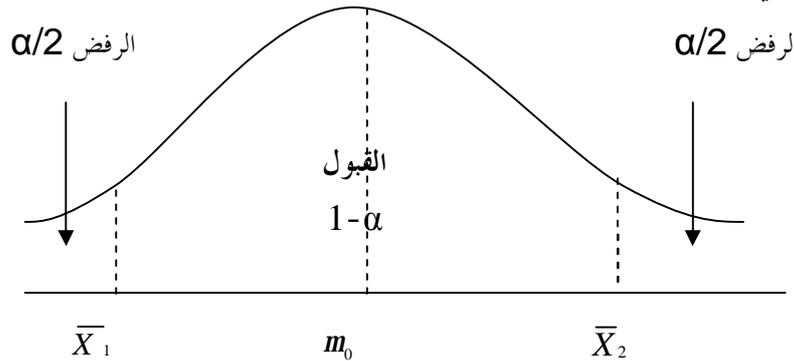
كذلك يمكن تحديد منطقة الرفض بدلالة قيم المتحول المعياري Z المئين بالعلاقة:

$$Z = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}} \dots\dots\dots (3-1)$$

و بمستوى أهمية α تكون قيم Z الحرجة توافق \bar{X}_1 و \bar{X}_2 بحيث:

$$-Z_{\alpha/2} = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}} \quad \text{و} \quad Z_{\alpha/2} = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

كما في الشكل التالي:



شكل رقم (25): منطقة الرفض والقبول لقيم Z الحرجة

المصدر: محمد توفيق ماضي، إدارة الإنتاج والعمليات، مدخل اتخاذ القرارات، الدار الجامعية، مصر، ص 332. ولاختبار فرضية حول متوسط مجتمع إحصائي علم تشتته: s^2 مقابل فرضية بديلة تتبع الخطوات التالية⁽²⁾:

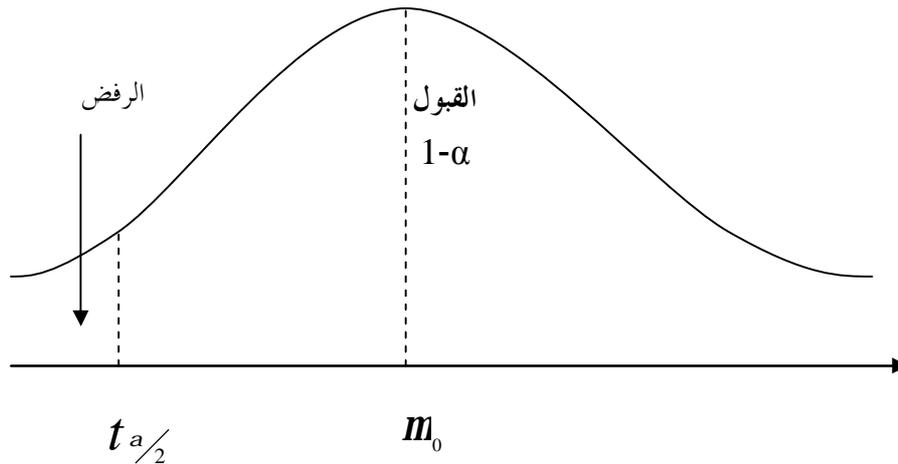
$$1- \text{نضع الفرضية الابتدائية: } H_0: m = m_0$$

(1) B. Bou Khames, les tests statistique, Ecole NGS D 'Alger's, P12.

(2) أمور اللحام، مرجع سابق، صص 252-253.

2- نضع الفرض البديل: $H_i: m \neq m_0$ أو: $H_i: m > m_0$ أو: $H_i: m < m_0$ 3- نختار مستوى الأهمية a .4- تحديد منطقة الرفض: $Z < -Z_{a/2}$ من أجل $m < m_0$ من أجل $m > m_0$ $Z > Z_{a/2}$ من أجل $m \neq m_0$ $Z > Z_{a/2}$ و $Z < -Z_{a/2}$ 5- نحسب \bar{X} من العينة ذات الحجم n من المجتمع ذو الحجم N ثم نستنتج:

$$Z = \frac{\bar{X} - m_0}{s / \sqrt{n}}$$

6- النتيجة (الاختبار): نرفض فرضية العدم H_0 إذا وقعت Z في منطقة الرفض أو قبلها إذا وقعت في منطقة القبول.* في المسائل التي نختبر فيها فرضيات بمتوسط مجتمع إحصائي عندما يكون الانحراف المعياري s^2 مجهولا ولا يمكن عمليا أخذ عينة بحجم $n < 30$ علينا أن نبنى قرارنا بالاعتماد على التوزيع t "ستودنت" ب: $V = n - 1$ (أو df درجة حرية)⁽¹⁾.إن منطقة الرفض تقع في الذيل الأيسر من توزيع "ستودنت" بمستوى من الأهمية (a) فتوجد قيمة حرجة واحدة ل: $-t_a$ وتمثل منطقة الرفض بالمتراحة: $t < -t_a$ ومنطقة القبول $t > -t_a$.
والرسم التالي يوضح ذلك:شكل رقم (26): منطقة الرفض والقبول لقيم t الحرجة.

المصدر: محمد توفيق ماضي، مرجع سابق، ص 332.

(1) Mourry ,R.Spiegel , op , cit, P189.

ثانيا - اختبار جودة التوفيق بواسطة معامل التحديد r^2 :

في معادلة خط الانحدار : $Y = a + bX + u$ تساعد البواقي على قياس مدى تمثيل المعادلة المفروضة (في النموذج) لملاحظات العينة ، حيث أن القيمة الكبيرة للبواقي تعني أن التمثيل غير جيد والقيمة الصغيرة لهذه البواقي تعني تمثيلا جيدا للنموذج.

إن مشكلة استعمال البواقي كمقياس لجودة التوفيق هو أن قيمة البواقي تعتمد على المتغير التابع Y ، ولهذا نقوم بتعريف تغير Y حول وسطها من الشكل (2-1) سابقا كما يلي (1):

$$Y_i = \hat{Y}_i + \hat{u}_i \quad (\text{حيث أن } \hat{u}_i : \text{البواقي على مستوى المجتمع و } \hat{e}_i : \text{البواقي على مستوى العينة})$$

$$Y_i - \bar{Y} = \hat{Y}_i - \bar{Y} + \hat{u}_i$$

وبتربيع طرفي المعادلة أعلاه وجمعها بالنسبة لكل (i) نجد :

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum \hat{u}_i^2 \dots\dots (3-3)$$

وكما ذكرنا أنفا أن المقدار: $\sum (Y_i - \bar{Y})^2$ هو مجموع مربعات الانحرافات الكلية SST .

أما المقدار $\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$ فهو مجموع الانحرافات المفسرة SSE .

وأما الباقي (البواقي) $\sum \hat{u}_i^2$ فهو مجموع مربع الانحرافات غير المفسرة SSR .

إذن يمكن صياغة المعادلة (3-3) على الشكل:

$$SST = SSE + SSR$$

وبتقسيم كلى الطرفين على SST نجد:

$$1 = \frac{SSE}{SST} + \frac{SSR}{SST}$$

وكما عرفنا سابقا معامل التحديد r^2 :

$$R^2 = r^2 = \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{SSR}{SST}$$

وهو معامل التحديد الذي يقيس ويشرح نسبة الانحرافات الكلية أو التغيرات التي تحدث في المتغير التابع Y والمشروحة بواسطة تغيرات المتغير المستقل X .

ومدام SSR محصور بين الصفر وقيمة SST (قانون المربعات الصغرى) فإن R^2 يكون معرفاً وينتمي إلى

$$\text{المجال: } 0 \leq R^2 \leq 1 .$$

ولما يكون $SSR = 0$ ، فهذا معناه أن R^2 يأخذ أكبر قيمة له وهي الواحد ، أي عندما جميع نقاط

الملاحظات (X_i, Y_i) على الخط المقدر : $\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b} X_i$ ، ويكون التوفيق أحسن ما يمكن.

(1) تومي صالح ، مرجع سابق ، صص 49-50.

بين النموذجين في التنبؤ بحجم المبيعات
 أما إذا كانت $SSE = 0$ (أي أن: $SST = SSR$) فإن R^2 يأخذ أصغر (أسوء) قيمة له وهي الصفر (أي

أنه لا توجد علاقة خطية بين المتغير التابع Y والمتغير المستقل X) وهذا معناه أن X لا تشرح Y ، ويمكن إيجاد العلاقة بين R^2 و \hat{b} كما يلي:

$$R^2 = \frac{SSE}{SST} = \frac{\hat{B} \sum x_i^2}{\sum y_i^2} = \frac{\hat{B} \sum x_i y_i}{\sum y_i^2}$$

يعتبر هذا المعيار من أهم المعايير التي توضح هل أن المتغير المستخدم كمتغير مفسر (مستقل) يمثل أو يشرح المتغير المفسر (التابع) تمثلا ذا جودة في توفيق ذلك ، لذلك يمكن الاعتماد عليه كمعيار للمفاضلة بين النموذجين ، للحكم على أي منهما يصلح لتفسير ظاهرة المبيعات بشكل بجودة توفيق أعلى.

المطلب الثاني: المعاينة الإحصائية لمعلم النموذج واختبار الفرضيات.

أولاً - المعاينة الإحصائية لمعلم النموذج وفترات الثقة :

1 - المعاينة الإحصائية لمعلم النموذج:

بمعرفة توزيع المعلمتين \hat{a} و \hat{b} يمكن تحديد مجالات الثقة وإجراء اختبار الفرضيات الموضوعة حول معالم الانحدار (a) و (b) على التوالي ، وتقتصر مجالات الثقة للقيم التي يمكن أن تحتوي عليها معالم الانحدار الحقيقية ، مع كل مجال ثقة نضع مستوى إحصائي للمعنوية ، فبوجود مستوى المعنوية بشكل (نكون) هذه المجالات ، حيث أن احتمال احتواء المجال المذكور على معلمة الانحدار الحقيقية يكون الواحد الصحيح (1) مطروحا منه مستوى المعنوية (a) أي $(1-a)$ و يسمى مستوى الثقة ، وتستعمل مجالات الثقة على الخصوص لاختبار الفرضيات الإحصائية حول معنوية معالم الانحدار المقدر⁽¹⁾.

والاختبار الشائع هو فرضية العدم (H_0) وتقتصر فرضية العدم بأنه لا يوجد أثر على النموذج من قبل متغير مستقل ما ، ونظرا لأن الباحثين يأملون قبول النموذج فإن فرضية العدم توضع عادة لإثبات رفضها إذا أمكن ذلك.

فمثلا نأخذ دالة المبيعات (Y) المشروحة بدلالة مصاريف التوزيع (X) ، وننتظر من المبيعات ومصاريف التوزيع أن يكونا مرتبطين إيجابيا ، ولاختبار صحة هذه العلاقة نضع⁽²⁾:

$$H_0: B = 0$$

ونأمل رفض (H_0) بإيجاد القيمة التقديرية لـ \hat{B} والتي تكون أكبر من الصفر ، حتى نقبل النموذج ، إن أحد الأهداف الأولية للقياس الاقتصادي هو تحليل البيانات والمقارنة الآنية لعدة نماذج ، وعمليا تعتبر عملية صعبة ، فنختبر النماذج عادة بالتسلسل من أجل الوصول إلى تقييم كل نموذج مثلما وضع تحت الدراسة ،

(1) تومي صالح ، مرجع سابق، ص48.

(2) عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، مرجع سابق ، ص148.

يعني أن كل نموذج يجب أن يخصص في شكل قابل للاختبار الفرضيات ميدانيا ، وإذا كانت البيانات غير متسقة مع النموذج يكون هذا الأخير مرفوضا ونقبل النموذج البديل ، ولهذا فإن اختبار الفرضيات يناسب نموذجا واحدا ، وتدل نتائج هذه الاختبارات إما على قبول النموذج أو رفضه ، كما أن اختيار مستوى المعنوية ($a\%$) يكون عادة عشوائيا ، ويعتمد على نوع النهاية التي نريد الوصول إليها من النموذج.

2- فترات الثقة (a) : Confidence Intervals

السؤال الذي يمكن طرحه هنا : ما هو المدى المحدد الذي نكون متأكدين بنسبة a بأن القيمة الفعلية للمعامل B تعطي قيمة محددات لمقدر المعامل \hat{B} ؟.

تمثل هذه طريقة بديلة للنظر إلى \hat{B} ، بمعنى آخر يمكن القول إلى أي مدى ممكن تحريك توزيع (t) "ستودنت" إلى اليسار أو إلى اليمين قبل أن تصل إلى قيمة "ستودنت" (t) الحرجة؟.

تأسيسا على ذلك يمكن وصف \hat{B} بأنها عبارة عن تقدير نقطة Point Estimate يقابلها تقدير فترة Interval Estimate ويعطي ذلك مدى معين تتراوح فيه قيمة (B) بين حدين :

حد أدنى lower limit وحد أعلى upper limit ، مثلا بفرض أن قيمة (B) عبارة عن قيمة معينة وكان تقديرها كما يلي : $\hat{B} \pm 0.08$.

فإن هذا التقدير يطلق عليه تقدير فترة ويتوقع في مثل هذه الحالة أن تكون قيمة \hat{B} بدرجة احتمال معين بين : الحد الأدنى $\hat{B} - 0.08$ والحد الأعلى $\hat{B} + 0.08$.

و بالإمكان زيادة احتمال وجود (B) بزيادة طول الفترة ، حيث أن زيادة طول الفترة التي تقدر وجود (B) فيها يزيد من الثقة بزيادة درجة الاحتمال في وجود القيمة الفعلية في تلك الفترة ، ولذلك يطلق عليها فترة الثقة.

وبناء على ما سبق يمكن تعريف فترة الثقة على أنها الفترة التي توجد القيمة الفعلية لـ : (B) فيها بين حدين أعلى و أسفل باحتمال معين⁽¹⁾ .

ويعتمد تحديد فترة الثقة على طبيعة التوزيع الذي تخضع له هذه القيمة المقدرة ، ومن هنا يمكن استخدام توزيع "ستودنت" (t) للبرهنة على فترة الثقة للمعامل (B) كما يلي⁽²⁾ :

$$P \left(- t_{a/2} \leq t \leq + t_{a/2} \right) = (1 - a) \dots (3 - 4)$$

حيث أن P تشير للاحتمال .

$t_{a/2}$ نحصل عليها من جدول توزيع "ستودنت" (t) عند مستوى معنوية ($a/2$) و بدرجات حرية ($df = n - k$) حيث n : حجم العينة و k عدد معلمات النموذج (هنا $k=2$ في نموذج الانحدار البسيط). وعند تعريف t^* التي تأخذ الصيغة :

⁽¹⁾Jean Pierre Védrine , Op , cit , P31.

⁽²⁾ إمنتال محمد حسن، مرجع سابق ، ص290.

$$t^* = \frac{\hat{B} - B}{Se(B)} \dots\dots(3-5)$$

إذن بالتعويض في المعادلة (3-4) نحصل على :

$$P\left(-t_{a/2} \leq \frac{\hat{B} - B}{Se(B)} \leq +t_{a/2}\right) = (1 - a) \dots\dots(3-6)$$

وبإعادة ترتيب المعادلة (3-6) نحصل على :

$$P\left(\hat{B} - t_{a/2} Se(B) \leq B \leq +\hat{B} + t_{a/2} Se(B)\right) = (1 - a) \dots\dots(3-7)$$

حيث أن (B) تمثل القيمة الحقيقية (الفعلية).

إن المعادلة (3-7) تزودنا بـ : $[(1 - a)100]$ والتي تمثل نسبة فترة الثقة للمعامل (B) .

ويمكن إعادة صياغة المعادلة (3-7) كما يلي (*):

$$\hat{B} \pm t_{df}^{a/2} Se(B) \dots\dots(3-8)$$

$$\hat{B} \pm t_{df}^{a/2} \sqrt{\frac{S_u^2}{\sum X_i^2}}$$

ويمكن وضع فترة الثقة بالصيغة العامة والتي تكون فيها درجة الثقة (95%) كما يلي:

$$P\left(\hat{B} - t_{df}^{0.025} Se(\hat{B}) \leq B \leq +\hat{B} + t_{df}^{0.025} Se(\hat{B})\right) = 0.95 \dots\dots(3-9)$$

وكمثال على ذلك :

بافتراض أنه أعطيت لك المعلومات التالية:

$$\hat{Y} = 2.0 + 6.0 X$$

$$Se(\hat{a}) = 0.1, \quad Se(\hat{B}) = 2.0$$

حيث أن: $B=6$ و $n=10$.

باستخدام هذا المثال يمكن حساب درجة الثقة والتي يمكن كتابتها كما يلي:

$$\begin{aligned} 95\% \text{ C.I} &= \left(\hat{B} - t_{df}^{0.025} Se(\hat{B}) \leq B \leq +\hat{B} + t_{df}^{0.025} Se(\hat{B})\right) \\ &= (6 - 2.306(2), 6 + 2.306(2)) \\ &= (1.388, 10.612) \end{aligned}$$

وبهذا نكون واثقين بنسبة (95%) من أن (B) تقع في هذا المدى.

مع ملاحظة أنه إذا تضمنت درجة الثقة (C.I) صفراً، يكون ذلك مطابقاً مع قبول فرضية العدم (H_0) وأن رفض فرضية العدم لا يعني بالضرورة أن المقدر \hat{a} هو مقدر صحيح ومطابق للقيمة الفعلية للمجتمع

(*): وكذلك يمكن حساب قيمة المجال لـ: \hat{a} بنفس الأسلوب كما يلي:

$$\hat{a} \pm t_{df}^{a/2} Se(a) \Rightarrow \hat{a} \pm t_{df}^{a/2} \sqrt{\frac{S_u^2}{\sum X_i^2}}$$

(a) لذلك بعد حساب المعامل المقدر يكون من المفيد جدا معرفة المدى الذي تقع فيه قيمة المعامل (B) الفعلية.

في دراسة مختلف العلاقات الاقتصادية يستخدم مستوى الثقة (95 %) ويعني ذلك أن (95 %) من الحالات تقع ضمن فترات الثقة و أن (5%) من هذه الحالات تقع خارج هذه الفترة ، بمعنى آخر إذا كانت (a = 0,05) فإن احتمال أن توجد (B) بين الحد الأعلى والحد الأدنى هو (95 %).

ثانيا - اختبار الفرضيات حول معالم النموذج :

1- اختبار Z لمعنوية المعاملات المقدرة : Z-Value test

يعتمد اختبار قيمة Z لقياس معنوية المعلمات المقدرة على التوزيع الطبيعي و لا يستخدم إلا إذا توفر أحد الشرطين⁽¹⁾:

1 - عندما يكون تباين المجتمع الإحصائي معلوما، أي أن: $Var(u_i) = S_u^2$ أي عندما تتوفر القيمة الفعلية لتباين المجتمع بغض النظر عن حجم العينة موضع الدراسة.

2 - عندما يكون حجم العينة موضع الدراسة أكبر من 30 مشاهدة $n > 30$ ، حيث عند دراسة أغلب العلاقات الاقتصادية تكون قيمة تباين المجتمع غير معروفة ، وذلك لأن معرفتها تتطلب معرفة القيمة العشوائية S_u^2 التي يصعب معرفتها ، لكن يمكن استخدام التقدير غير المتحيز لهذا التباين أي أن:

$$S_u^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} \dots\dots\dots (3-10)$$

حيث أن n حجم العينة ، و k عدد المتغيرات الداخلة في النموذج المدروس و (n-k) تمثل درجة الحرية df ومنها نحصل على تقدير التباين لمعاملات النموذج (B) و (a) ، وتأسيسا على ذلك بالإمكان إجراء الاختبار Z بإتباع الخطوات التالية⁽²⁾ :

أ- تحديد الفرضية بشكل واضح:

$$H_0: B = 0 \quad \text{فرضية العدم:}$$

$$H_i: B \neq 0 \quad \text{مقابل الفرضية البديلة:}$$

كذلك بالنسبة للمعلمة (a) .

وطبقا لهذه الفرضية فإن المتغير العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي أي أن:

$$u_i \rightarrow N(0, S_u^2) \dots\dots\dots (3-11)$$

يعني ذلك أن المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي يكون مساويا للصفر، وأن تباينه يكون ثابت ومساوي للواحد أي ($S_u^2 = 1$) ، وبهذا فإن :

ب - اختبار القيمة المعيارية لـ Z: تأخذ الصيغة التالية:

(1) أنور اللحام ، مرجع سابق ، ص 253.
(2) مجيد علي حسين ، مرجع سابق ، ص 213.

$$Z^* = \frac{X_i - m}{s} \dots\dots(3-12)$$

حيث : X_i قيم التابع المراد تحويله إلى وحدات معيارية.

u : الوسط الحسابي للمتغير.

s : يمثل الخطأ المعياري.

إن صيغة التحويل للمتغيرات المستخدمة في توزيع مقدرات المربعات الصغرى \hat{a} و \hat{b} تأخذ الصيغة:

$$Z^*_{(\hat{a})} = \frac{\hat{a} - a}{S_{(\hat{a})}} = \frac{\hat{a} - a}{Se(\hat{a})}, N(0.1) \dots\dots(3-13)$$

$$Z^*_{(\hat{b})} = \frac{\hat{b} - b}{S_{(\hat{b})}} = \frac{\hat{b} - b}{Se(\hat{b})}, N(0.1) \dots\dots(3-14)$$

في الجانب التطبيقي $S^2(b_i)$ غير معلومة ، لكن يمكن تقديرها باستخدام تقدير الخطأ المعياري $S_e(b_i)$.

ج- باستخدام الصيغ أعلاه يمكن اختبار أي فرضية تتعلق بالقيم الفعلية لقيم المعاملات المتعلقة بالمجتمع الإحصائي (a) و (b).

قد تكون فرضية العدم القائلة بأن المعامل الحقيقي لـ: (b) مساوية إلى قيمة معينة ولتكن b^* سوف تكون

فرضية العدم والفرض البديل بصورة أدق بالصيغة التالية:

$$H_0 : B = B^* \quad \text{فرضية العدم:}$$

$$H_i : B \neq B^* \quad \text{مقابل الفرضية البديلة:}$$

وعند القيام بإجراء الاختبار نتبع مايلي:

باستخدام صيغة التحويل نعوض عن $b = b^*$ مع فرضية العدم في المعادلة (3-14) ثم نحسب قيمة Z^* المحسوبة كما يلي:

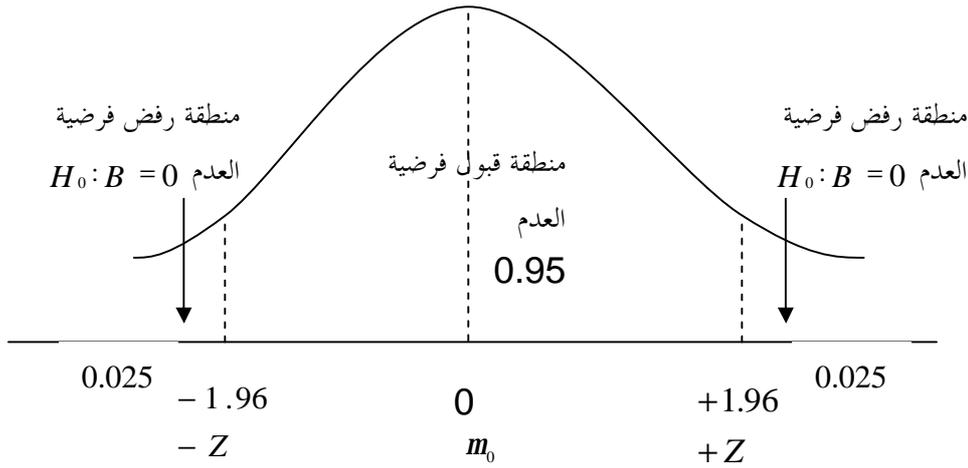
$$Z^*_{(\hat{b})} = \frac{\hat{b} - b^*}{S_{(\hat{b})}}$$

د- ولاحظار قيمة Z^* المحسوبة نتبع ما يلي (1):

*-اختيار مستوى المعنوية الذي يقرر على أساسها قبول أو رفض فرضية العدم ، والمتعارف عليه في الدراسات القياسية والتطبيقية استخدام مستويات المعنوية (5%) أو (1%).

** - ولعدم معرفتنا بالقيم الفعلية لقيم معامل المجتمع الإحصائي ، فإننا نجري اختبار ذو طرفين two-sided test ويعني ذلك أن المنطقة الحرجة ستكون في طرفي منحنى التوزيع الطبيعي ، معنى ذلك أن كل طرف يأخذ نصف احتمال مستوى المعنوية (a/2) مثلا: (a/2=0,025) عند استخدام مستوى معنوية (5%) يوزع على طرفي المنحنى كما هو موضح في الشكل التالي:

(1)Mourry R Spiegel , op , cit, P168.



شكل رقم (27) : قبول أو رفض فرضية العدم H_0 وفقا لإحصائية Z .

المصدر: مجيد علي حسين ، مرجع سابق ، ص:215.

في هذه المرحلة نقوم بأجراء عملية المقارنة بين قيمة Z^* المحسوبة **calculated value** وقيمة Z^C

الجدولية (± 1.96) :

- إذا كانت $Z^C < Z^*$ فإننا:

نرفض فرضية العدم: $H_0: B = 0$

نقبل الفرضية البديلة: $H_i: B \neq 0$

- إذا كانت $Z^C > Z^*$ فإننا:

نقبل فرضية العدم: $H_0: B = 0$

نرفض الفرضية البديلة: $H_i: B \neq 0$

وبما أن فرضية العدم تعني أن القيمة الفعلية للمعامل (b) لا تختلف معنويا عن الصفر أي ($b = 0$) فإن

صيغة Z^* تأخذ الشكل الآتي:

$$Z^*_{(b)} = \frac{\hat{b} - b}{S_{(b)}} = \frac{\hat{b} - 0}{S_{(b)}} = \frac{\hat{b}}{S_{(b)}} \dots\dots (3 - 16)$$

والملاحظ في الدراسات القياسية تأخذ القيمة Z^* الجدولية ، أي القيمة الحرجة مساوية عادة وبشكل

تقريبي إلى (2) أي $Z^* \approx 2$ (1).

واختصارا إذا كانت قيمة $Z^* > 2$ معنى ذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي أنه يوجد

علاقة بين المتغيرين الداخليين في النموذج موضوع الدراسة.

(1) مجيد علي حسين ، مرجع سابق، ص:216.

وعندما تكون قيمة $Z^* < 2$ معنى ذلك تقبل فرضية العدم و نرفض الفرضية البديلة ، أي أنه لا توجد

علاقة بين المتغيرين في النموذج المدروس وأن (b) لا تمثل هذه العلاقة بشكل صحيح.
وللتوضيح نأخذ المثال التالي⁽¹⁾:

$$\hat{Y} = 50 + 0,75 X$$

$$Se(\hat{a}) = 10 \quad , \quad Se(\hat{B}) = 0,3$$

تكون الفرضيات كما يلي:

$$H_0: B = 0 \quad \text{فرضية العدم};$$

$$H_i: B \neq 0 \quad \text{الفرضية البديلة};$$

$$Z^*(\hat{b}) = \frac{\hat{b}}{S(\hat{b})} = \frac{0,75}{0,3} = 2,5 \quad \text{إذن:}$$

وبما أن القيمة الجدولية لـ Z^C هي: 1,96 تحت مستوى معنوية (5%) فإن:

$Z^C = 1,96 < Z^* = 2,5$ أي أن قيمة Z^* المحسوبة أكبر من قيمة Z^C الجدولية، وعلى هذا الأساس

نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، وبهذا يكون تقدير \hat{B} معامل الانحدار ذو معنوية ويدل على وجود علاقة بين المتغيرين (X) و (Y) .

إذن يمكن الحكم على معاملات النموذج ومدى معنويتها أي مدى تمثيلها لمعاملات المجتمع باستخدام

التوزيع الطبيعي ، هذا المعيار يمكن أن يستخدم في المفاضلة بين نموذج الانحدار البسيط ونموذج السلاسل

الزمنية من خلال اختبار معاملات كل نموذج ويتم الحكم على مدى صلاحية أحد النموذجين للتقدير :

$$Y_t = a + b T_t \quad \text{نموذج السلاسل الزمنية (الحالة العامة بمركبة الاتجاه العام):}$$

$$Y_i = a + b X_i \quad \text{نموذج الانحدار البسيط}$$

حيث يتم اختبار مدى تمثيل كل عينة لقيم المجتمع الذي تنتمي إليه بحيث نختار معاملات نموذج السلاسل الزمنية أو لا وفقا للفرضيات :

$$H_0: B_{(t)} = 0 \quad \text{فرضية العدم};$$

$$H_i: B_{(t)} \neq 0 \quad \text{الفرضية البديلة};$$

ونفس الشيء بالنسبة للمقدار الثابت (a)، ثم يتم الحكم على معاملات هذا النموذج.

ثم يتم اختبار معاملات نموذج الانحدار البسيط وفقا للفرضيات :

$$H_0: B_{(x)} = 0 \quad \text{فرضية العدم};$$

$$H_i: B_{(x)} \neq 0 \quad \text{الفرضية البديلة};$$

ويتم الحكم على معاملات هذا النموذج ومدى تمثيلها للمجتمع.

(1) عبد المجيد عبد الحميد البلداوي، مرجع سابق ، ص515.

وهنا يتم المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم المبيعات من خلال النموذج الذي تكون لمعاملاته معنوية أعلى يكون فيه تحقق الفرضية الابتدائية بشكل كافٍ جداً، وذلك بإتباع الخطوات المعتمدة في الاختبار .

2- اختبار "ستودنت" (t) لمعنوية المعاملات المقدرة : t-Value test

في كثير من الحالات يكون حجم العينة المدروسة أقل من 30 مشاهدة ($n < 30$) ولا يمكن الحصول على تباين المجتمع (يكون مجهولاً) لصعوبة الحساب ، يتم الاعتماد على توزيع "ستودنت" (t).
ولتحديد قيمة t^* المحسوبة نستخدم الصيغة المحولة ، أي تحويل قيمة (X) إلى وحدات من (t) تشبه تلك المستخدمة في اختبار Z ، إلا أن قيمة (t) تعتمد على درجات الحرية (df) في تباين العينة S_x^2 بدلا من التباين الحقيقي للمعاملات S_x^2 ويمكن كتابتها في الصيغة المحولة كما يلي⁽¹⁾:

$$t^* = \frac{X_i - m}{S_x} \dots\dots\dots (3 - 17)$$

$$S_x^2 = \frac{\sum X_i^2}{n-1} \text{ أو } S_x = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n-1}}$$

عندئذ يجري اختبار قيمة "ستودنت" (t) ذات الطرفين tow-sided test وذلك لعدم معرفتنا بالقيم الحقيقية للمعاملات ، وهذا يتطلب الخطوات التالية⁽²⁾:

١- وضع الفرضية بشكل واضح :

- نضع الفرضية الابتدائية: $H_0: m = m_0$

- نضع الفرض البديل: $H_i: m \neq m_0$

٢- اختيار مستوى المعنوية ($a = 0,05$) أو ($a = 0,01$) .

٣- تكوين قاعدة القرار :

- نرفض فرضية العدم : $|t^*| \geq t^c$

- لا نقبل الفرض البديل : $|t^*| \leq t^c$

عند مستوى معنوية (a) ودرجات حرية $df = n - k$.

٤- تحديد t^* قيمة المحسوبة.

٥- تحديد t^c قيمة الجدولية.

٦- مقارنة t^c الجدولية مع t^* المحسوبة.

٧- وضع تفسير لصلاحية النموذج.

إذن يمكن تحديد المنطقة الحرجة critical region (c.r) التي تشمل على طرفين أحدهما موجب والأخر سالب ، وعند اعتبار مستوى المعنوية ($a = 0,05$) فإنها توزع على الطرفين الموجب والسالب أي أن:

⁽¹⁾Léonard J Kazmier, op , cit , P308.

⁽²⁾ مجيد علي حسين ، مرجع سابق ، ص218.

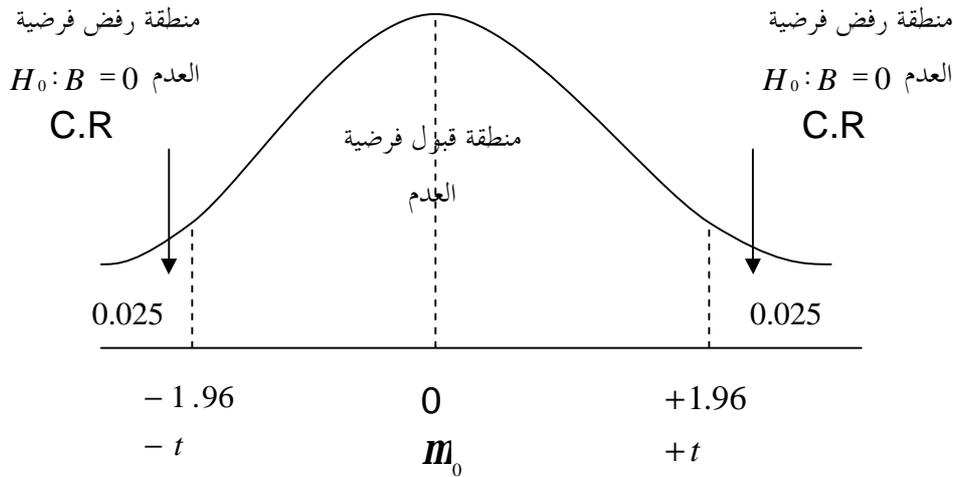
لذلك فإن إيجاد قيمة t^c الجدولية بتغير ببطء عندما تكون درجات الحرية أكبر من (8) (أي أن $df > 8$) .

فمثلا عندما تكون قيمة t^c الجدولية بمستوى معنوية $\alpha/2 = 0.025$ وبدرجات حرية ($df = 8$) هي: (2,30) ، في حين تكون قيمة t^c عند نفس المستوى وبدرجات حرية ($df = \infty$) تساوي (1,96) أي أن التغير من $t^c = 2,30$ إلى $t^c = 1,96$ بطيء جدا ، وعلى هذا الأساس يمكن تجاهل درجات الحرية عندما تكون أكبر من (8) ونقبل بشكل عام الفرضية البديلة H_1 ونرفض فرضية العدم H_0 ، وعليه فإن منطقة الرفض والقبول عندما ($df = 8$) تكون محدودة ب: $t^c = +1.96$ و $t^c = -1.96$ وعليه تكون الصيغة كما يلي:

$$-1.96 \leq t^* = \frac{X_i - m}{S_x} \leq 1.96 \dots\dots(3 - 18)$$

والتي تكتب بالشكل: $-1.96 \leq t^* \leq 1.96$

وعندما تقع قيمة t^* المحسوبة في المنطقة الحرجة (C.R) عندئذ نقبل فرضية العدم ونرفض الفرضية البديلة أي أن: $t^* < t^c$ ، ويتم توضيح ذلك بيانيا كما يلي:



شكل رقم (28) : قبول أو رفض فرضية العدم H_0 وفقا لإحصائية t .

المصدر: تومي صالح ، مرجع سابق ، ص 55.

*-اختبار معنوية معامل الانحدار:

تعتمد المعايير الإحصائية بالدرجة الأساسية على الانحراف المعياري (SD) standard deviation في حالة أخذ عينة من المجتمع ، أو الخطأ المعياري (SE) standard error عند أخذ عينة من المجتمع الإحصائي ، وللتأكد من دقة الاختبارات الإحصائية لمعاملات النموذج ، وذلك لأن الانحراف المعياري يمثل الجذر التربيعي لتباين المعاملات (b) و (a) أي أن:

$$Se_{(\hat{b}_i)} = \sqrt{Var(\hat{b}_i)} \dots\dots(3 - 19)$$

ويعتبر هذا المعيار من المعايير المهمة في دراسة قياس العلاقات الاقتصادية وذلك للتعرف على معنوية التقديرات ومدى مطابقتها مع منطوق النظرية الاقتصادية و تمثيلها للمجتمع الذي تنتمي إليه.

وتجري عملية الاختبار بمقارنة الخطأ المعياري (أو الانحراف المعياري) (Se) مع تقديرات معالم النموذج \hat{a} و \hat{b} كما يلي⁽¹⁾:

1- عندما تكون قيمة (Se) أقل من نصف قيمة المعامل المقدرة فإن ذلك يشير إلى معنوية المقدرات الإحصائية للمعامل أي: $Se(\hat{b}_i) \leq \frac{\hat{b}}{2}$ معنى ذلك أننا:

نرفض فرضية العدم: $H_0: B = 0$

نقبل الفرضية البديلة: $H_i: B \neq 0$

إن قبول الفرضية البديلة $H_i: B \neq 0$ يعني أن المتغير المستقل الذي يرتبط به المعامل المقدر له تأثيرات واضحة على المتغير التابع ، لذلك يكون من الضروري إدخاله إلى النموذج.

وتعني قبول الفرضية البديلة أنه يوجد هناك علاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل بحيث أن النموذج المدروس يأخذ العلاقة:

$$Y_i = a + b X_i \dots\dots(3 - 20)$$

2- عندما تكون قيمة الخطأ المعياري (Se) أكبر من نصف قيمة المعلمة المقدرة فإن ذلك يشير إلى عدم معنوية المقدرات الإحصائية للمعامل أي أن: $Se(\hat{b}_i) \geq \frac{\hat{b}}{2}$.

معناه قبول فرض العدم ورفض الفرضية و البديلة مما يؤدي إلى عكس كافة النتائج الموجودة في الحالة الأولى.

يشير ذلك إلى أن العلاقة (3-20) ستصبح:

$$Y_i = a + b X_i \Rightarrow Y_i = a \dots\dots(3 - 21)$$

مما يعني أن الخط سيكون موازيا للمحور الأفقي على بعد (a).

وبالتماثل يمكن اختبار قيمة (a) كما يلي :

1- عندما تكون قيمة (Se) أقل من نصف قيمة المعامل المقدرة فإن ذلك يشير إلى معنوية المقدرات الإحصائية للمعامل أي: $Se(\hat{b}_i) \leq \frac{\hat{a}}{2}$.

مما يدل على المعنوية الإحصائية للمعامل المقدر (a) ، ويدل ذلك على رفض فرضية العدم وقبول الفرض البديل.

2- عندما تكون قيمة الخطأ المعياري (Se) أكبر من نصف قيمة المعلمة المقدرة فإن ذلك يشير إلى عدم معنوية المقدرات الإحصائية للمعامل أي أن: $Se(\hat{b}_i) \geq \frac{\hat{a}}{2}$.

(1) علي لزعر ، مرجع سابق ، ص125.

(3-20) ستصبح من الشكل:

$$Y_i = a + b X_i \Rightarrow Y_i = b X_i \dots\dots (3 - 22)$$

ولإجراء اختبار معنوية معاملات الانحدار المقدرة (a) و (b) عند مستوى معنوية (a) باستخدام التوزيع

(t) تتبع الخطوات التالية⁽¹⁾:

1- نضع الفرضية:

$$H_0: B = 0 \quad \text{فرضية العدم:}$$

$$H_i: B \neq 0 \quad \text{الفرضية البديلة:}$$

(نفس الشيء بالنسبة للمعلمة (a) .

2- نختار مستوى المعنوية (a) .

3- نحدد القيمة المحسوبة لـ t^* :

$$- \text{ بالنسبة لـ } (b) : t_{(b)}^* = \frac{\hat{b}}{Se_{(b)}}$$

$$- \text{ وبالنسبة لـ } (a) : t_{(a)}^* = \frac{\hat{a}}{Se_{(a)}}$$

4- نحدد القيمة الجدولية t^C بالبحث في الجدول، عند درجات حرية: $df=n-k+1$ ومستوى معنوية (a) .

5- تكوين قاعدة الظاهر بمقارنة t^* مع t^C بحيث:

$$- \text{ نرفض فرضية العدم عندما : } |t^*| \geq t^C$$

ونقبل الفرض البديل.

$$- \text{ نقبل فرضية العدم عندما : } |t^*| \leq t^C$$

ونرفض الفرض البديل.

عموما يلاحظ قيمة t^* إذا كانت تقع في المنطقة الحرجة (C.I) أو لا ، ثم نقرر رفض أو قبول فرضية

العدم ومن ثم يتم الحكم على أن المتغير المستقل (X) له دور مهم في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع

أم لا، ثم الاستنتاج إذا كانت قيمة (a) أو (b) لها معنوية إحصائية أو لا.

ومن ثم يتم الحكم من خلال المعلمات المقدرة (a) و (b) وإعطاء حكم عن صلاحية النموذج أو لا من

خلال اختبار الفرضيات.

الباحثون القياسيون يعلمون أنه بالإمكان الوصول إلى خلاصة الاختبار بشكل سريع في عدة حالات ،

دون أن يدخلوا شكل كامل في إتباع الخطوات السابقة و ذلك بالنظر في الجدول الخاص بتوزيع

"ستودنت" (t) ويتم إيجاد القيمة الحرجة لـ t^C والتي لا تكون إطلاقا أقل من الواحد (1,0) عند المستويات

(1) امتثال محمد حسن ، مرجع سابق ، ص295.

التقليدية للمعنوية، ، وأن قيمة t^C الجدولية لا تكون أكبر من الخمسة (5,0) فقط في حالة واحدة عندما تكون درجات الحرية أقل من أربعة (4) أي أن $df < 4$.

لذلك عندما تكون قيمة "ستودنت" (t) المحسوبة أقل من الواحد أي ($|t^*| < 1.0$) يصبح من الواضح أن المعامل المراد اختبار معنويته غير معنوي إحصائياً عند المستويات التقليدية للمعنوية ، وبالتماثل عندما تكون قيمة إحصائية "ستودنت" (t) أكبر من الخمسين أي أن ($|t^*| > 50$) يصبح من الواضح أن المعامل المراد اختبار معنويته الإحصائية يكون معنوي ما لم يستخدم عدد منخفض لدرجات الحرية.

ويمكن تلخيص خطوات الاختبار الفردية لمعاملات نماذج الانحدار في الجدول التالي:

جدول رقم (9) : الاختبارات الفردية لمعاملات نموذج الانحدار.

الفرضية البديلة	قاعدة القرار	تحديد قيمة t^C
$H_i : B \neq 0$	- نرفض فرضية العدم عندما : $ t^* \geq t^C$	$P(t^* \geq t^C) = a$
$H_i : B > 0$	- نرفض فرضية العدم عندما : $ t^* \geq t^C$	$P(t^* \geq t^C) = a$
$H_i : B < 0$	- نرفض فرضية العدم عندما : $ t^* \leq t^C$	$P(t^* \geq t^C) = a$

المصدر : مجيد علي حسين ، مرجع سابق ، ص 235.

يلاحظ: 1- في جميع الحالات: $H_0 : B = 0$

2- مستوى المعنوية (a) .

3- درجات الحرية $df = n - k + 1$.

4- في جميع الحالات : $t^*(\hat{b}) = \frac{\hat{b}}{Se(\hat{b})}$

ولتلخيص قواعد القرار لاختبار المعنوية باستخدام (t) نأخذ الجدول التالي:

جدول رقم (10) : قواعد القرار لاختبار المعنوية باستخدام (t).

نوع الفرضية	فرضية العدم H_0	الفرضية البديلة H_i	قاعدة القرار : نرفض فرضية العدم عندما:
اختبار ذي الطرفين	$H_0 : B = 0$	$H_i : B \neq 0$	$ t^* > t_{a/2} \cdot dF$
اختبار الطرف الأيمن	$H_0 : B \leq 0$	$H_i : B > 0$	$ t^* > t_{a/2} \cdot dF$
اختبار الطرف الأيسر	$H_0 : B \geq 0$	$H_i : B < 0$	$ t^* < -t_{a/2} \cdot dF$

المصدر : مجيد علي حسين ، مرجع سابق ، ص 236.

$$(1) |t| : \text{القيمة المطلقة لـ } (t).$$

$$(2) t_{a/2} \text{ القيمة الحرجة لـ } (t) \text{ عند مستوى معنوية } (a) \text{ أو } (a/2).$$

$$(3) df : \text{درجات الحرية } (n-2) \text{ لمتغيرين في النموذج.}$$

بشكل عام ، يمكن الاعتماد على القانون العام ، دون الرجوع إلى جداول التوزيعات المعيارية في الحالات التالية:

1- عندما تكون قيمة $(t_{(\hat{b})}^* > 2)$ يعني ذلك أن قيمة (t) الحقيقية تختلف عن الصفر بدرجة

$$\text{ثقة (95\%)} \text{ أي عند مستوى معنوية (5\%)} \text{ أي أن : } t_{(\hat{b})}^* = \frac{\hat{b}}{Se_{(\hat{b})}} > 2$$

2- عندما تكون قيمة $(t_{(\hat{b})}^* > 3)$ يعني ذلك أن قيمة (t) الحقيقية تختلف عن الصفر بدرجة ثقة

$$\text{(99\%)} \text{ أي عند مستوى معنوية (1\%)} \text{ أي أن : } t_{(\hat{b})}^* = \frac{\hat{b}}{Se_{(\hat{b})}} > 3$$

وتأسيسا على هذا فإن قيمة t_a تتراوح بين (1,94) و (1,81) تقريبا عندما يكون مستوى المعنوية (5%) وعند درجات حرية بين (6) و (10) ، وتتراوح قيمة t_a بين (3,14) و (2,76) عند مستوى معنوية (1%) وعند درجات حرية بين (6) و (10) كما هي موجودة في الجداول المتعلقة بالتوزيع (t) .

إذن بنفس طريقة قبول أو رفض النموذج المستخدم في تفسير الظاهر (الانحدار البسيط أو السلاسل الزمنية) يتم الاختيار باستخدام التوزيع (t) بنفس طريقة المفاضلة باستخدام التوزيع (Z) للحكم على معالم كل نموذج، ومن ثم يتم اختيار النموذج الذي له معالم لها أعلى معنوية إحصائية.

2- اختبار المعنوية للمعالم باستخدام توزيع "فيشر" (F):

إن اختبار معنوية (أثر) المتغير المستقل (X) $(H_0: B = 0)$ يمكن أن يكون في شكل توزيع فيشر F حيث لدينا التوزيع الطبيعي المعياري ⁽¹⁾:

$$\frac{\hat{b} - b}{Se_{(\hat{b})}} \rightarrow N(0, 1)$$

وبتربيع البسط والمقام يصبح لدينا توزيع c^2 كما يلي:

$$\frac{(\hat{b} - b)^2}{Se_{(\hat{b})}^2} \rightarrow c_{(1)}^2$$

وما دام $(SSR/Se^2 \rightarrow c_{(n-1)}^2)$ ومستقل عن \hat{b} يمكن الوصول إلى:

$$\frac{c_{(1)}^2/1}{c_{(n-1)}^2/n-2} = \frac{(\hat{b}-b)^2 \sum x_i^2}{\sum e_i^2/n-2} = \frac{(\hat{b}-b)^2 \sum x_i^2}{S_{ei}^2} \rightarrow F_{1,n-2} \dots (3-23)$$

⁽¹⁾B Bou Khames , Op , cit, P32.

إذا كانت الفرضية ($H_0: B = 0$) صحيحة ينتج :

$$F = \frac{b^2 \sum x_i^2}{\sum e_i^2 / n - 2} = \frac{(n-2)b^2 \sum x_i^2}{SSR} \rightarrow F_{1, n-2} \dots (3-24)$$

واعتمادا على المعادلات:

$$R = r^2 = 1 - \frac{SSR}{SSt} \dots (3-25)$$

$$R = \hat{b}^2 \frac{\sum x_i^2}{\sum y_i^2} = \frac{\hat{b} \sum x_i^2 y_i}{\sum y_i^2} \dots (3-26)$$

يمكن أن نجد:

$$F = \frac{b^2 \sum x_i^2}{\sum e_i^2 / n - 2} = \frac{SSE / 1}{SSR / (n - 2)} \rightarrow F_{1, n-2} \dots (3-27)$$

ونقول أننا نرفض الفرضية الابتدائية ($H_0: B = 0$) بمستوى معنوية (α) إذا كانت (1):

$$F_{1, n-2} = \frac{b^2 \sum x_i^2}{SSR / (n - 2)} > F_{\alpha, (1, n-2)}$$

حيث أن: $F_{\alpha, (1, n-2)}$ هي القيمة الجدولية ، وتؤخذ من جداول توزيع "فيشر" F .

$$F_{1, n-2} = \frac{b^2 \sum x_i^2}{SSR / (n - 2)} \leq F_{\alpha, (1, n-2)}$$

وبالمقارنة مع التوزيع (t) نجد العلاقة التالية:

$$\left(\frac{\hat{b} \sqrt{\sum x_i^2}}{\sqrt{SSR / (n - 2)}} \right)^2 = \left(\frac{\hat{b}}{S_{ei} / \sqrt{\sum x_i^2}} \right)^2 \rightarrow (t_{n-2})^2 \rightarrow F_{1, n-2} \dots (3-28)$$

وهما اختباران متطابقان (تصلح هذه النتيجة (العلاقة) لما نختبر المعامل الفردية لنموذج الانحدار فقط).

ولإيجاد العلاقة الخاصة بالتوزيع F و t مع معامل التحديد R^2 نعود للمعادلة (3-25) (2):

$$R = r^2 = 1 - \frac{SSR}{SSt}$$

$$SSE = R^2 \cdot SSt = R^2 \cdot \sum y_i^2$$

حيث يمكن إيجاد:

$$SSR = (1 - R^2) \cdot SSt = (1 - R^2) \cdot \sum y_i^2$$

وبالتعويض في المعادلة (3-27) نجد:

$$F = \frac{R^2 / 1}{(1 - R^2) / n - 2} = \frac{R^2}{(1 - R^2)} \cdot (n - 2) \rightarrow F_{1, n-2} \dots (3-29)$$

ونظرا للعلاقة الموجودة بين F و t بالمعادلة (3-28) يمكن كتابة:

(1) عامر أحمد عامر ، محاضرات في الإحصاء (2) ، دار الغرب للنشر ، وهران ، الجزائر ، 2004 ، ص 210.

(2) A Afifi , S P Azen , statistical Analysis A computer oriented Approach , Academic press , New York , second Edition , 1979, P-P 206-207.

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \rightarrow t_{n-2} \dots (3-30)$$

إذن وكما تم تعيين الصيغ الخاصة بـ : SST و SSE و SSR يمكن إجراء اختبار فيشر F وبشكل مبسط وفقاً للجدول المعروف بجدول تحليل التباين Analysis of variance (ANOVA) كما يلي:

جدول رقم (11): جدول تحليل التباين للانحدار البسيط.

مصدر التباين	المتوسط مجموع المربعات	درجات الحرية df	المجموع المربع	F: فيشر
الانحدار البسيط	MSSR=SSR/1	(k-1)=1	SSR	$F^* = \frac{MSSR}{MSSE}$
البواقي	MSSE=SSE/n-2	(n-k)=n-2	SSE	
المجموع	-	n-1	SST	

المصدر:

A ,Afifi ,S.P Azen ,op, cit ,1979.P212.

حيث يتم إجراء الاختبار كما يلي⁽¹⁾:

1- نضع الفرضية:

فرضية العدم: $H_0: B = 0$

الفرضية البديلة: $H_i: B \neq 0$

2- نختار مستوى المعنوية (a) .

3- نحدد القيمة الجدولية F^c من جداول التوزيع F عند مستوى المعنوية (a) ودرجات الحرية $n - 2$

و $k - 1$ بمعنى: $F_{a,(1,n-2)}$ الجدولية.

4- إجراء الاختبار بحيث:

- إذا كانت $F^c > F^*$ فإننا:

نرفض فرضية العدم: $H_0: B = 0$

نقبل الفرضية البديلة: $H_i: B \neq 0$

مما يدل على معنوية المعلمة \hat{b} وخطية الانحدار.

- إذا كانت $F^c < F^*$ فإننا:

نقبل فرضية العدم: $H_0: B = 0$

نرفض الفرضية البديلة: $H_i: B \neq 0$

مما يدل على أن معنوية المعلمة \hat{b} معدومة وعدم صلاحيتها كمعلمة للتنبؤ في النموذج.

⁽¹⁾A ,Afifi ,S.P Azen ,op, cit, P205.

إذن يمكن الحكم على أحد النموذجين (نموذج الانحدار البسيط ونموذج السلاسل الزمنية) في التنبؤ من خلال اختبار F وفقا للمراحل السابقة بحيث نختار النموذج الذي تكون لمعلمته معنوية أكثر (أعلى) أي لها ثقة كمعلمة لتقدير معالم النموذج ، ومن ثم يتم الحكم على أي نموذج نستخدم في التنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة.

المبحث الثاني: المعايير المختلفة للمفاضلة بين النموذجين وفقا للتنبؤات .

المطلب الأول: الاختبارات الإحصائية للحكم على النموذج في التنبؤ.

أولاً- بناء نموذج الانحدار البسيط و استخدامه في التنبؤ :

من أجل صياغة نموذج الانحدار البسيط ولكي يكون صلاحا لاستخدامه في التنبؤ بالظاهرة Y (المبيعات) يجب المرور بالخطوات التالية⁽¹⁾:

- 1- التحديد الدقيق للظاهرتين X و Y وطرق قياسهما ، فمثلا إذا كانت هنا X تمثل مصاريف التوزيع و Y مثل المبيعات ، فيجب من البداية تحديد مفهوم مصاريف التوزيع وما ذا تشمل وكيف يتم تخصيصها على الوحدات وغيرها ، وكذا كيفية حسابها ، وكذلك المبيعات هل بالحجم (الكمية) أو بالقيمة أو غيرها .
- 2- جمع البيانات الإحصائية حول X و Y مع مراعاة الدقة ، بحيث يجب أن لا يقل حجم البيانات عن 6 إلى 8 مرات عدد العوامل المدرجة في النموذج ففي حالة نموذج الانحدار البسيط فإن عدد المستويات لكل من X و Y يجب أن لا يقل عن 12 مستوى ($2 \times 6 = 12$ أي أكبر من 2×6).
- 3- اختيار شكل المعادلة المناسبة ويتم ذلك على أساس التحليل النوعي قبل كل شيء أي التحليل المنطقي لطبيعة الظاهرتين المدروستين والعلاقة الموضوعية بينهما ، لهذا يجب في البداية تحديد شكل المعادلة وفقا للتحليل الاقتصادي ، كما يمكن الاستعانة بالتمثيل البياني للمستويات X و Y وملاحظة شكل سحابة النقاط ومن ثم يتم اختيار الشكل المناسب (كما رأينا في الفصل الثاني في تشخيص خطية الانحدار).
- 4- تقدير معالم معادلة الانحدار ، حيث يتم عادة استخدام طريقة المربعات الصغرى باعتبارها تعطي أفضل التقديرات (حيث تطرقنا لهذه الخطوة بالتفصيل في الفصل الثاني).
- 5- التحقق من دقة النموذج واختبار معنويته ، إذ يمكن القول بأن التوقعات تتعلق أساسا بدقة النموذج أي مدى مطابقته للواقع ، وبالتالي فإن بناء النموذج والتأكد من دقته يعتبر المرحلة الحاسمة، عمليا يتم ذلك بحساب معامل التحديد ومعامل الارتباط باستخدام العلاقات التالية:

(1) شرابي عبد العزيز ، مرجع سابق ، ص-ص 107-109.

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

ثم حساب معامل الارتباط بحيث: $r = \sqrt{r^2}$

حيث عند استخدام نموذج الانحدار البسيط نستخدم مباشرة صيغة "بيرسون":

$$r = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[n \sum X^2 - (\sum X)^2][n \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

بحيث يجب اختبار معنوية معامل الارتباط (r) للتأكد من معنويته الإحصائية ، ونستخدم من أجل ذلك الصيغة التالية عند العينات الصغيرة ($n < 30$) (1):

$$t_{cal} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \dots\dots(3-31)$$

وفي حالة العينات الكبيرة ($n > 30$) تستخدم الصيغة التالية:

$$t_{cal} = r\sqrt{n-1} \dots\dots(3-32)$$

ثم تستخرج t_{tab} الجدولية من توزيع "ستودنت" عند ($n-2$) درجات حرية df ومستوى معنوية $a\%$ ، فإذا كانت $|t_{cal}|$ (المحسوبة) أكبر من t_{tab} الجدولية نقول أن (r) معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة وذلك باحتمال قدره $(100-a)\%$.

6- استخدام معادلة الانحدار الخطي البسيط في التنبؤ:

هناك حالتان: إما أن يكون المتغير المستقل (X) الخاص بفترة التنبؤ والذي سنرمز له بـ: X_{PR} معطى ، وبالتالي العملية تصبح بسيطة ، حيث نقوم بالتعويض بقيمته في المعادلة المقدرة ومن ثم يتم الحصول على مستوى (Y) المتنبأ به والذي نرمز له بالرمز: Y_{PR} .

و إما أن قيمة X_{PR} غير معلومة وبالتالي X_{PR} هي نفسها محل توقع ، ويتم التنبؤ بها بإحدى طرق التنبؤ حيث عادة وفي أغلب الأحيان يتم استخدام معادلة الاتجاه العام (إذا كانت السلسلة الزمنية لـ (X) بها اتجاه عام) وبعد حصولنا على X_{PR} نعوض بقيمته في نموذج الانحدار المقدر لـ (Y) ، لنحصل بذلك على Y_{PR} المقدرة بواسطة X_{PR} المقدرة بواسطة نموذج السلسلة الزمنية (عن طريق مركبة الاتجاه العام).

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتنبأ به لـ (Y) ، علينا أولاً حساب الخطأ المعياري للتوقع والذي يحسب وفقاً لإحدى الصيغ التالية بالنسبة لمعادلة الانحدار الخطية البسيطة (2):

$$S_{\hat{y}_{i+1}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_{PR} - \bar{X})^2}{\sum (X_{PR} - \bar{X})^2}} \dots\dots(3-33)$$

أو:

(1) C Radhakrishma Roo , Hillege Toutenburg , linear models :least square and Alternatives, 2nd Edition, Springer series in statistics , New York ,1999,P37.

(2) A ,Afifi ,S.P Azen ,op, cit, P133.

$$S \hat{y}_{t+t} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a \sum Y - b \sum XY}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(t + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}} \dots (3-34)$$

والتي تستخدم في حالة التنبؤ وفقا لنموذج السلاسل الزمنية.

حيث: t تشير إلى عدد الخطوات الزمنية للتنبؤ (فإذا أردنا التنبؤ للفترة القادمة تكون $t = 1$).

كما تستخدم σ عادة عند المجتمع الإحصائي ، بينما نستخدم الرمز S عند العينات.

إذ يمكن تحديد مجال التوقع كما في الجدول أدناه :

جدول رقم (12): مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لنموذج الانحدار البسيط وفقا للتوزيع الطبيعي

با احتمال 99.7%	با احتمال 95%	با احتمال 68%	با احتمال 50%
$\hat{Y}_{PR} \pm 3 S \hat{y}_{t+t}$	$\hat{Y}_{PR} \pm 2 S \hat{y}_{t+t}$	$\hat{Y}_{PR} \pm S \hat{y}_{t+t}$	$\hat{Y}_{PR} \pm \frac{2}{3} S \hat{y}_{t+t}$

المصدر : من إعداد الباحث

هذا وفقا للخصائص التطبيقية للتوزيع الطبيعي .

ويتم إقرار مجال التوقع وفقا لإحصائية "ستودنت" (t) كما يلي (1):

$$\hat{Y}_{PR} \pm t_{df, a\%} \cdot S \hat{y}_{t+t} \dots (3-35)$$

حيث \hat{Y}_{PR} هو المستوى المتوقع (المتنبأ به) و $t_{df, a\%}$ هي قيمة توزيع "ستودنت" النظرية عند مستوى المعنوية $a\%$ ودرجات حرية $(df = n - k)$ حيث في حالة الانحدار البسيط دائما $k = 2$ (عدد معاملات النموذج) لتكون بذلك: $(df = n - 2)$.

ثانيا- التنبؤ باستخدام نموذج السلاسل الزمنية :

وكما تم التطرق سابقا لهذا النموذج رأينا أن أهم مركبة (مؤثر) في هذا النموذج هي مركبة الاتجاه العام وخاصة في المدى الطويل ، إذن يمكن الاعتماد عليها أساسا في بناء التنبؤات المستقبلية (كما قد تضاف المركبة الموسمية كما رأينا في التنبؤ بنماذج الاستقطاب حيث يتم إضافة العامل الموسمي S_j في التنبؤ) ، فبعد كشفنا على مركبة الاتجاه العام نقوم بتقدير معالم مركبة الاتجاه العام ، ومن أجل استخدام معادلة الاتجاه العام في التنبؤ لا بد من إضافة الخطوات التالية :

1- حساب معامل التحديد (r^2) الذي يبين النسبة المئوية من تغير الظاهرة المدروسة (Y) والذي يمكن تفسيره بتغير الزمن (T) ، وكذا معامل الارتباط (r) للتعرف عن شدة العلاقة وطبيعتها بين (Y) و (T) ، اللذان يحسبان ويقيمان كما تم التطرق إليه في النقطة السابقة مباشرة.

(1)A ,Afifi ,S.P Azen ,op, cit, P133.

2- ستستخدم المعادلة المقدرة في التنبؤ للفترة المطلوبة وذلك بالتعويض عن (T) في معادلة الاتجاه المقدرة بالقيمة

المقابلة له في فترة التنبؤ ، ينبغي الإشارة إلى أن عدد خطوات التنبؤ (التي نرمز لها بالرمز: t) يجب أن لا تتجاوز سدس إلى خمس عدد مستويات السلسلة الزمنية التي على أساسها تم تقدير معادلة الاتجاه العام.

وبصفة عامة كلما كانت فترة التنبؤ قصيرة كلما زاد احتمال الحصول على تنبؤات دقيقة ، وكلما كانت فترة التنبؤ طويلة كلما تضاعفت إمكانيات حصول مستجدات في الشروط و الظروف المحيطة بالظاهرة المدروسة ، وبالتالي تكون نتائج التنبؤ أقل دقة.

ينبغي أيضا تحديد مجال التنبؤ ، لأن التنبؤ هو قيمة احتمالية وما يحدث في الحياة العملية هو أن المستويات الفعلية تنحرف زيادة أو نقصانا عن القيمة المتنبأ بها بمقدار معين ، وهناك إمكانية لتحديد هذا المجال مسبقا باحتمال معين كما في الجدول أدناه:

جدول رقم (13): مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ لنموذج السلسلة الزمنية بها وفقا للتوزيع الطبيعي

مستوى الثقة	باحتمال 50%	باحتمال 68%	باحتمال 95%	باحتمال 99.7%
المجال	$\hat{Y}_{PR} \pm \frac{2}{3} S \hat{y}_{t+t}$	$\hat{Y}_{PR} \pm S \hat{y}_{t+t}$	$\hat{Y}_{PR} \pm 2 S \hat{y}_{t+t}$	$\hat{Y}_{PR} \pm 3 S \hat{y}_{t+t}$

المصدر : من إعداد الباحث

حيث كما أشرنا إلى t عدد الخطوات الزمنية للتنبؤ ، أما $S \hat{y}_{t+t}$ فهو الخطأ المعياري للتنبؤ ويتم تحديده عند معادلة الاتجاه العام وفقا لمعادلة المستقيم كالتالي(1):

$$S \hat{y}_{t+t} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\frac{t-n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{2}}} \dots\dots (3-36)$$

أو:

$$S \hat{y}_{t+t} = \sqrt{\frac{\sum t^2 - a \sum Y - b \sum Y.t}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\frac{t + \frac{n-1}{2}}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{n}}} \dots\dots (3-37)$$

وبنفس الفكرة للانحدار البسيط يتم تحديد مجال التنبؤ وفقا لتوزيع "ستودنت" كما يلي:

$$\hat{Y}_{PR} \pm t_{df, a\%} \cdot S \hat{y}_{t+t} \dots\dots (3-38)$$

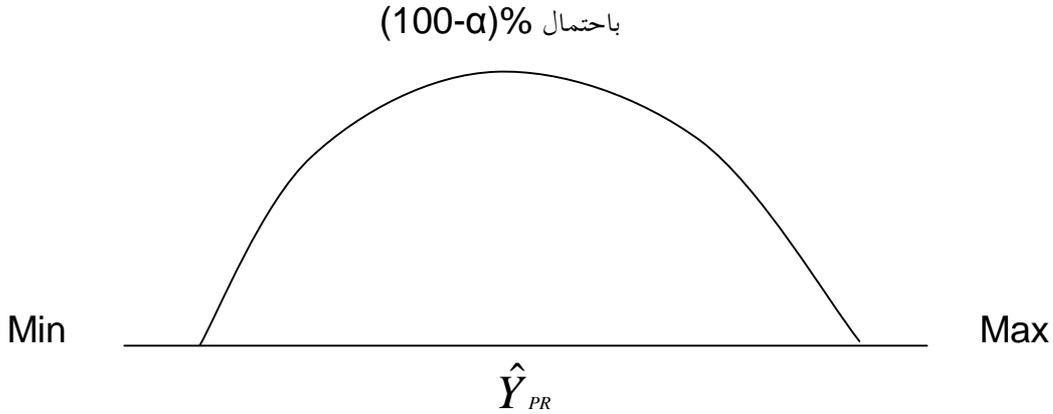
لنحصل على قيمتين لهذا المجال :

$$Max = \hat{Y}_{PR} + t_{df, a\%} \cdot S \hat{y}_{t+t} \quad \text{قيمة عظمى} :$$

$$Min = \hat{Y}_{PR} - t_{df, a\%} \cdot S \hat{y}_{t+t} \quad \text{وقيمة دنيا} :$$

(1) شرابي عبد العزيز ، مرجع سابق ، ص 91.

وعند مستوى معنوية $a\%$ ، ويمكن توضيح ذلك بالرسم البياني التالي:



شكل رقم (29) : القيمة العظمى والقيمة الدنيا لمجال التنبؤ لـ \hat{Y}_{PR} .

المصدر: عبد العزيز شرابي ، مرجع سابق ، ص102.

ثالثاً - المفاضلة بين النموذجين وفقاً للحكم على التنبؤات :

إذن بتحديد قيمة $t_{df, a\%}$ والتي هي قيمة (t) عند مستوى المعنوية $a\%$ ودرجات حرية $V = df = n - k$ ومن ثم يتم تحديد المجال للقيم المتنبأ بها \hat{Y}_{PR} بنموذج الانحدار البسيط وكذا بنموذج السلاسل الزمنية وبثبيت درجات الحرية ومستوى المعنوية نقوم باختبار النموذج الذي يعطي قيمة متنبأ بها ذات مجال أضيق (خاصة إذا كان مستوى المعنوية منخفض). .

إذن من الأفضل أن يكون لدينا 95% ثقة أن \hat{Y}_{PR} (المتنبأ بها) بين قيمتي 6 و 7 (مثلاً) على أن تكون لدينا ثقة بـ : 99% أن \hat{Y}_{PR} تقع بين 3 و 10⁽¹⁾.

وعلى وجه الأمثلة نفضل مجال أضيق بدرجات عالية من الثقة ، إذن يتم اختيار النموذج (من بين النموذجين الانحدار البسيط ونموذج السلاسل الزمنية) الذي يعطي قيمة \hat{Y}_{PR} التي لها مجال أضيق (كمجال مسموح به للتوقع) ، فمثلاً نفضل النموذج الذي يعطينا مجال قدره [30 - 50] كحجم للمبيعات على النموذج الذي يعطينا مجال قدره [20 - 70] ، لأن مدى المجال الأول هو: $50 - 30 = 20$ ومدى المجال الثاني $70 - 20 = 50$.

إذن كابتعاد عن اللبس نختار القيمة الأقل للمدى أي المجال الأضيق كمعيار للمفاضلة بين النموذجين، هذا لأن قيمة الخطأ المعياري للتنبؤ (S) التي يتم ضربها في $t_{df, a\%}$ تؤثر في مدى المجال إذ تضاف أو تطرح من وإلى قيمة المبيعات المتنبأ بها وفقاً للنموذجين ، وبما أننا نفضل دائماً أقل خطأ معياري كامتداد لفكرة تصغير مربع الانحرافات (الأخطاء) فإننا هنا أيضاً نرجع إلى هذا المعيار (أقل خطأاً للتقدير (التنبؤ)) الذي يعطي أضيق مجال (أي أنه باختيارنا لأضيق مجال نكون قد اخترنا أقل قيمة خطأاً للتقدير (التنبؤ)).

(1) أنور اللحام ، مرجع سابق ، ص223.

أولاً - : مضمون قاعدة "Theil".

تتم قاعدة "Theil" بفكرة الاختيار بين نموذجين انطلاقاً من حساب البواقي لكل نموذج ، بحيث تحاول الإجابة على التساؤل التالي(1):

إذا كانت لدينا سلسلتان مختلفتان من المتغيرات المفسرة ، كيف نقرر بأن إحداهما هي التي تفسر المتغير التابع أحسن تفسير ؟

تحاول هذه الطريقة أو القاعدة الإجابة على هذا التساؤل من خلال الافتراضات التالية(2):

$$Y = B_1 X_1 + u \quad \text{- النموذج الأول:}$$

$$Y = B_2 X_2 + u \quad \text{- النموذج الثاني:}$$

$$B_1(k_1,1) , X_1(n, k_2) \quad \text{بحيث:}$$

$$B_2(k_2,1) , X_2(n, k_2)$$

$$Y(n,1) , u(n,1)$$

وفقاً للفرضيات التالية:

$$1- E(u) = 0$$

$$2- V(u) = 0$$

$$3- X_1, X_2 \quad \text{ثابتان غير عشوائيان}$$

$$4- K_1 = (X_1) \quad \text{رتبة} , K_2 = (X_2) \quad \text{رتبة}$$

ثانياً - الاختيار بين النموذجين وفقاً لقاعدة "Theil" :

بتطبيق طريقة المربعات الصغرى على كلى النموذجين نحصل على التقديرين \hat{B}_1 و \hat{B}_2 لـ B_1 و B_2 على الترتيب :

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1} y_i}{\sum_{i=1}^n x_{i1}^2}$$

$$\hat{B}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2} y_i}{\sum_{i=1}^n x_{i2}^2}$$

أما البواقي فمجموع مربعاتها هو:

$$\sum_{i=1}^n e_{i1}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i(X_1))^2 : X_1 \quad \text{وفقاً لـ:}$$

(1) فروخي جمال ، نظرية الاقتصاد القياسي ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، 1993، ص103.
(2) نفس المرجع، ص103.

وحيث يتم تقدير Y_i وفقاً لـ: X_2 : $\sum_{i=1}^n e_{i2}^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i(X_2))^2$:
 كما لدينا الصيغ التالية (التوقع لمجموع البواقي):

$$E\left(\sum_{i=1}^n e_{i1}^2\right) = (n - k_1)S_1^2$$

$$E\left(\sum_{i=1}^n e_{i2}^2\right) = (n - k_2)S_2^2$$

كما نصلح على تعريف S_i^2 كما يلي:

$$S_1^2 = \frac{\sum e_{i1}^2}{n - k_1} \dots\dots(3 - 39)$$

$$S_2^2 = \frac{\sum e_{i2}^2}{n - k_2} \dots\dots(3 - 40)$$

والتي تمثل متوسط المجموع المربع للبواقي ، ويتم اختيار النموذج وفقاً لقاعدة القرار لـ: "Theil" كما يلي:

1- إذا كانت : $S_2^2 > S_1^2$ فإننا نختار النموذج الأول لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي.

2- إذا كانت : $S_2^2 < S_1^2$ فإننا نختار النموذج الثاني لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي.

هذه الطريقة في اتخاذ القرار تعتمد على المشاهدات لعينة واحدة (Y, X_1) و (Y, X_2) وبذلك يمكن أن

تقود إلى نتائج سيئة حول النموذج.

أحد التعديلات على طريقة الاختيار هذه هو أخذ عدة معاينات على كل نموذج ولكل عينة (m) نحسب⁽¹⁾:

- بالنسبة للنموذج الأول: S_{1m}^2

- بالنسبة للنموذج الثاني: S_{2m}^2

فإذا أخذنا (M) عينة عن كل نموذج ونحسب:

$$\bar{S}_1 = \frac{\sum_{m=1}^M S_{1m}^2}{M} \dots\dots(3 - 41) \quad \text{للمنموذج الأول:}$$

$$\bar{S}_2 = \frac{\sum_{m=1}^M S_{2m}^2}{M} \dots\dots(3 - 42) \quad \text{للمنموذج الثاني:}$$

وتحسيناً لطريقة أو قاعدة الاختيار لـ: "Theil" نستخدم على أخذ \bar{S}_1 و \bar{S}_2 بدلا من S_1 و S_2 كما يلي⁽²⁾:

1- إذا كانت: $\bar{S}_2 > \bar{S}_1$ فإننا نختار النموذج الأول لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي للعينات.

2- إذا كانت: $\bar{S}_2 < \bar{S}_1$ فإننا نختار النموذج الثاني لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي للعينات.

(1) جمال فروخي ، مرجع سابق ، ص105.
 (2) نفس المرجع، ص106.

كما يمكن تحسين طريقه أو قاعدة الاختيار لـ: "Theil" باستخدام متوسط مجموع مربع انحرافات المتغير

التابع (Y) على حجم العينة أي: $\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 / n$ المساوي إلى SST وذلك وفقا للصيغة التالية⁽¹⁾:

$$\bar{R}_1^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2 / (n - k_1)}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / n}$$

$$\bar{R}_2^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2 / (n - k_2)}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / n}$$

إذن :

$$\bar{R}_1^2 = 1 - \frac{S_1^2}{SST/n} \dots\dots (3-43)$$

$$\bar{R}_2^2 = 1 - \frac{S_2^2}{SST/n} \dots\dots (3-44)$$

قاعدة الاختيار لـ: "Theil" تعتمد على أخذ النموذج الأول إذا كان : $S_2^2 > S_1^2$

$$-\frac{S_1^2}{SST/n} > -\frac{S_2^2}{SST/n}$$

$$\bar{R}_1^2 = 1 - \frac{S_1^2}{SST/n} > \bar{R}_2^2 = 1 - \frac{S_2^2}{SST/n}$$

ونختار النموذج الثاني إذا كان: $\bar{R}_1^2 > \bar{R}_2^2$

فبرفض أن النموذجين الذي يقترحهما "Theil" في بداية الأمر هما نموذجا الانحدار البسيط ونموذج

السلاسل الزمنية وبتطبيق مختلف فرضيات القاعدة ثم نقوم بالفصل بين النموذجين و أيهما أصلح للتنبؤ بحجم

المبيعات للفترات اللاحقة.

(1) جمال فروخي ، مرجع سابق ، ص106.

المطلب الثالث: المفاضلة بين النموذجين وفقاً لاختبارات دقة النتائج التنبؤية.

تنقسم اختبارات دقة النتائج التنبؤية للنموذج إلى قسمين: مؤشرات نسبية تأخذ قيم نسبية، بحيث لا تأخذ بعين الاعتبار طبيعة النموذج أو تركيبته، أو كل ما يؤثر فيه، فقط تهتم بعنصر البواقى أو خطأ التقدير، وهي عموماً كما يلي:
أولاً- المؤشرات التامة (المطلقة):

1- متوسط القيم المطلقة للأخطاء⁽¹⁾: mean absolute error

$$MAE = \frac{\sum |e_i|}{n} \dots\dots(3-45)$$

$$e_i = Y_i - Y_{PR}$$

حيث أن: Y_i القيم الفعلية للظاهرة Y .
 Y_{PR} القيم المقدرة للظاهرة Y .

e_i تمثل الخطأ أو البواقى، و n حجم العينة أو عدد البيانات حول الظاهرة.

حيث نحسب MAE لكل نموذج ونعتبر النموذج الدقيق هو النموذج الذي يتمتع بأقل MAE .

2- مربع الأخطاء المطلقة⁽²⁾: mean Squared error

$$MSE = \frac{\sum e_i^2}{n} \dots\dots(3-46)$$

حيث نحسب MSE لكل نموذج ونعتبر النموذج الدقيق هو النموذج الذي يتمتع بأقل MSE .

ويستخدم الاختباران لمعرفة القوة التنبؤية للنموذج المستخدم.

(1)Gerald Keller and Brian Worrack "Statistics for Management and Economics" Cole publishing Company , New York , 1997 , p 923.

(2)David Anderson, Dennis Sweeney and Thomas William" Quantitative Methods for Business " South Western college Publishing , Ohio,2001, p 173

1- النسبة المطلقة لمتوسط الأخطاء⁽¹⁾ : mean absolute percentage error

$$MAPE = \frac{\sum (|e_i|/Y_i)}{n} \dots\dots(3-47)$$

حيث نحسب مجموع متوسط نسبة كل قيمة مطلقة مقدره إلى القيمة الفعلية ونقسم المجموع على عدد بيانات الظاهرة ، والنموذج ذو الأقل نسبة مطلقة للأخطاء يعتبر هو النموذج الأدق.

2- نسبة متوسط الأخطاء⁽²⁾ : mean percentage error

$$MPE = \frac{\sum (e_i^2/Y_i)}{n} \dots\dots(3-47)$$

تستخدم هذه الصيغة لمعرفة التحيز في الأخطاء نحو الموجب أو السالب ، وكلما كانت القيمة قريبة من الصفر فإن هذا يشير إلى دقة النموذج في التنبؤ.

إذن هذه المعايير تهتم إلى حد كبير بحد الخطأ العشوائي في التنبؤ بحيث تعطي الأفضلية للنموذج ذو المؤشر الأقل (في محتلق المؤشرات السابقة الذكر) ، فيتم الاعتماد عليه في التنبؤ بحجم المبيعات مباشرة إذا كان ذو قيمة أقل للمؤشرات سالفة الذكر (أي بأقل خطأ).

(1)Donald Harnett and James Horriel "Data, Statistics and decision models with Excel " John and sons, New York, 1998, p 368

(2)Ibid , P368.

بعد تحديد المتغير المستقل و الذي يرشح أن له أكبر تأثير في حجم المبيعات يتم صياغة نموذج الانحدار البسيط للمبيعات بحيث يجري قياس مدى قوة العلاقة بين المتغيرين ليتم بعد ذلك تحديد صيغة معينة للعلاقة التي تصف الانحدار بين المتغيرين ، و يلي ذلك اختبار معنوية المعلمات للتأكد من صلاحيتها للتقدير و معنويتها الاحصائية بواسطة الخطأ المعياري للتقدير و باستخدام التوزيع الطبيعي ثم باستخدام توزيع " ستودنت " ، بعد ذلك تجري اختبار المعنوية الاحصائية للنموذج ككل باستخدام معامل التحديد و باستخدام توزيع " فيشر " .

بعد أن نتأكد من أن النموذج قد تخطى جميع هذه الاختبارات بنجاح نستخدمه في التنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة و ذلك بمعلومية قيمة المتغير المستقل للفترات اللاحقة (و لو كتوقع باحتمال كبير نوعاً ما) ، كما يمكن تحديد مجال للقيمة المتنبأ بها باحتمال معين بواسطة التوزيع الطبيعي أو بواسطة توزيع " ستودنت " ، و كخطوة أخيرة بالنسبة لهذا النموذج فإنه يمكن إجراء اختبارات دقة النتائج التنبؤية .

أما بالنسبة لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات فنقوم في البداية بالكشف عن مركبات السلسلة ثم نقوم بتحديد الشكل النموذجي العام للسلسلة الزمنية للمبيعات (حدائي ، تجميعي ، مختلط) ، يلي ذلك نمذجة السلسلة (نموذج اتجاه عام أو نموذج خاضع للتغيرات الموسمية) ، و بعد هذه الخطوات مباشرة نجري على النموذج مختلف الإجراءات التي تمت على نموذج الانحدار البسيط لحجم المبيعات ابتداء من خطوة اختبار المعنوية للمعلمات إلى غاية خطوة اختبارات دقة النتائج التنبؤية ، غير أنه في الخطوة الخاصة بالتنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة يوجد اختلاف بين النموذجين كما هو موضح في ما سبق .

و بالاعتماد على مجموعة المعايير المحددة سلفاً يتم الحكم على أي النموذجين صالح دون الآخر للتنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة ، و من أجل تطبيق مختلف هذه المعايير و التوضيح الجيد لها سنحاول أخذ أحد الأمثلة من الواقع و التي من خلالها يتم التجسيد الفعلي لكيفية استخدام النموذجين في التنبؤ و إجراء مختلف الخطوات السالفة الذكر و من ثم الحكم على صلاحية أحد النموذجين للتنبؤ بحجم المبيعات في المؤسسة ، و هذا ما سيتم تناوله في الفصل الأخير الموالي .

الفصل الرابع: المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات مؤسسة

مطاحن الحضنة-المسيلة

من أجل التطبيق العملي لأساليب المفاضلة بين نموذجي الانحدار البسيط ونموذج السلسلة الزمنية قمنا باختيار أحد المؤسسات البارزة على الساحة المحلية على مستوى ولاية المسيلة حيث تعتبر مؤسسة مطاحن الحضنة من المؤسسات الصغيرة والمتوسطة التي تنشط على مستوى الولاية، ومنتجاتها تعتبر من أهم المنتجات الرائجة في المنطقة ، كما أنها تمثل مواد أساسية بالنسبة لكل فرد من المجتمع ، كما أن منتجاتها تمثل سلع ذات طلب عالي بحيث قد لا يمكن الاستغناء عنها في كل وجبة يومية، فمنتجاتها تتمثل في مواد غذائية متنوعة (سميد ممتاز، سميد عادي، دقيق ممتاز، دقيق الخبازة، ...).

في المراحل الأولى من بداية نشاطها لم تعاني المؤسسة أية صعوبات تذكر كون أن نلك الحقبة من الزمن شهدت استقرار في شتى المجالات بما فيها الجانب الاقتصادي ، و كون أن المحيط متغير وديناميكي ظهرت تغيرات في شتى المجالات انعكست على الوضع الاقتصادي ككل مما جر مختلف القطاعات الاقتصادية نحو الخصوصية ، فبدخول مرحلة الخصوصية صار من واقع المؤسسة أن تواجه منافسة شديدة من طرف الوحدات الإنتاجية الخاصة منذ سنة (2000)، والذي يقدر عددها بحوالي: 18 وحدة ، كون النشاط الذي تمارسه المؤسسة من الأنشطة المغربية للمستثمرين ، الشيء الذي صعب في تصريف منتجات المؤسسة وتراجع رقم أعمالها، مما فرض على المؤسسة ضبط إستراتيجية متكاملة لمواجهة المنافسة والتي تتطلب التسيير الفعال والكفاء لمختلف وظائفها.

هذه الوظائف والتي عادة ما تنطلق من الوظيفة التسويقية التي تعتبر مرآة المؤسسة في السوق من وجه و مرآة الوظائف الأخرى من وجه آخر، هذه الوظيفة والتي عادة أول ما تهتم به هو موازنة المبيعات وبالتحديد التحديد الجيد لحجم المبيعات للفترات اللاحقة، وتليها في ذلك وظيفة الإنتاج التي تحتاج إلى معلومات عن المبيعات المقدره للفترة اللاحقة من أجل ضبط الخطة الإنتاجية التي ستنتهج ، وبالضرورة الإنتاج يحتاج إلى تمويل فوظيفة التمويل تحتاج لمعلومات عن الإنتاج من اجل ضمان التمويل الجيد للعملية الإنتاجية وتجنب الانقطاعات في التمويل ، إذن موازنة المبيعات تبني عليها جميع الموازنات الأخرى.

وهكذا مختلف الوظائف تحتاج لمعلومات حول مختلف التقديرات والتي على رأسها أو في صدارتها حجم المبيعات المتنبأ به، من أجل ضمان التسيير الأنجع لمختلف الوظائف و من أجل نجاح الاستراتيجية المتبعة.

لذا بات من الضروري الاهتمام بالكيفية المتنبأ بها لحجم المبيعات للفترات اللاحقة في هذه المؤسسة، كون حجم مبيعات منتجات المؤسسة له عدة متغيرات تؤثر فيه (من داخل المؤسسة و من خارجها) مما يمكن من بناء نموذج انحدار بين المبيعات وأحد هذه المتغيرات (الداخلية بالخصوص والتي يمكن جمع المعلومات الكاملة عنها)، كما أن حجم المبيعات عبارة عن متغير يتحرك حسب الزمن مما يمكن أيضا من بناء نموذج سلسلة زمنية للمبيعات، وهنا يمكننا إجراء مفاضلة بين النموذجين وأيهما أنجع في التنبؤ بحجم المبيعات للفترات

اللاحقة ، مما يتيح إمكانية تطبيق مختلف أساليب المفاضلة الميينة في البحث ، لذلك تعتبر دراسة هذه الحالة المثال الأنجع في تأكيد أو نفي صحة الفرضيات التي تم تناولها في هذا البحث ، فضلا عن القيمة العملية للنتائج التي يتم الوصول إليها ، والتي قد تساهم في تصور المقترحات الممكنة للوضع التي تعيشها المؤسسة .

المبحث الأول: التعريف بالمؤسسة محل الدراسة .

المطلب الأول : نشأة المؤسسة الأم :

بموجب مرسوم تنفيذي تحت وصاية وزير الصناعات والطاقة سنة 1963 أسست " الشركة الوطنية للدقيق والقمح " حيث شملت جميع القطاعات الخاصة بالمطاحن، و اختصت في صناعة العجائن الغذائية و الكسكسى.

و في سنة 1982 إثر إعادة هيكلة الشركة الوطنية للمسامد و المطاحن و العجائن الغذائية و الكسكسى " سمباك " انبثقت منها خمسة مؤسسات رئيسية موزعة على التراب الوطني. دورها تغطية الولايات المجاورة لها في توزيع مختلف منتجاتها و هذه المؤسسات هي :

- مؤسسة الرياض بسيدي بلعباس .
- مؤسسة الرياض بالجزائر العاصمة .
- مؤسسة الرياض بتيارت .
- مؤسسة الرياض بقسنطينة .
- مؤسسة الرياض بسطيف

و بموجب المرسوم التنفيذي رقم 82 / 367 بتاريخ 27 / 11 / 1982. نشأت المؤسسة الصناعية للحبوب و مشتقاتها بسطيف "الرياض" ثم انتقلت إلى الاستقلالية ابتداء من 02 / 04 / 1990. واتخذت شكل شركة مساهمة برأسمال 5.000.000.000 دج. حيث نجد تركيبة رأسمالها الاجتماعي تتكون من :

- 80 % : الشركة القابضة العمومية الزراعية الغذائية.

- 11 % : المؤسسات المالية و البنوك و شركات التأمين .

- 09 % : أشخاص طبيعيين .

و يكمن النشاط الأساسي لمجمع الرياض سطيف في تحويل الحبوب (القمح الصلب واللين) ، وإنتاج وتسويق المواد المشتقة كالسميد و الدقيق العجائن الغذائية و الكسكسى .

و يشتغل هذا النشاط باستغلال 16 مسمدة و مطحنة و 5 وحدات للعجائن الغذائية و الكسكسى .

يتشكل مجمع الرياض بسطيف من 10 شركات تابعة، 7 منها مختصة في تحويل القمح الصلب و اللين

موزعة عبر 6 ولايات (سطيف ، مسيلة ، برج بوعرييج ، بجاية ، بسكرة ، ورقلة).

- 3070 طن / يوم من السميد من القمح الصلب .
 - 1130 طن / يوم من الدقيق من القمح اللين .
 - 60 طن / يوم من العجائن الغذائية .
 - 12 طن / يوم من الكسكسي .
 - 6 طن / يوم من العجائن بدون غلوتين موجهة لمرضى الأمعاء.
 - 6 طن / يوم من الدقيق اللبني للأطفال .
- و ما يهمنا هنا هي مؤسسة مطاحن الحضنة بالمسيلة التي هي محل الدراسة.

المطلب الثاني : التعريف بالشركة التابعة مؤسسة مطاحن الحضنة بالمسيلة .

أولا- تاريخ المؤسسة (*) :

تم تشغيل مطاحن الحضنة بالمسيلة أول مرة في سنة 1981، وفي أول أكتوبر 1997 حولت وحدة الرياض بالمسيلة إلى شركة تابعة لرياض سطيف في شكل مساهمة " مطاحن الحضنة " (مستخلص محضر اجتماع رقم 6 لمجلس الإدارة بتاريخ 97/09/27) ومبلغ المساهمة 60.000.000 د.ج وقد بلغ رأسمالها 479.000.000 د.ج .

وتنقسم الشركة إلى قسمين قديم وآخر جديد ، أما القسم القديم فيتكون من مسمدة ومطحنة واحدة حيث تم إنجازها من طرف الشركة السويسرية " بوهلير " وتم تشغيلها سنة 1981، أما قدرات الإنتاج كانت 100 طن / يوم لكل من المسمدة والمطحنة، أما القسم الجديد فيتكون من مسمدة جديدة تم إنجازها من طرف الشركة الإيطالية "غولفيتو" وتم تشغيلها سنة 1993 بقدرة إنتاجية بلغت 400 طن / يوم. المواد المنتجة سميد ممتاز، سميد عادي، دقيق ممتاز، دقيق الخبازة، مخلفات الطحن (النخالة).

ثانيا- مراحل العملية الإنتاجية :

إن العملية الإنتاجية بهذه المؤسسة تركز على تحويل المواد الأولية المتمثلة في القمح الصلب والقمح اللين للحصول على منتجات تامة الصنع كالسميد و الفرينة بمختلف أنواعها ، وكذلك الحصول على بقايا الطحن المتمثلة في النخالة ، و يتم هذا على مستوى عدة مراحل وهي :

1- مرحلة التموين الداخلي :

وهي مرحلة انتقال المادة الأولية من صوامع التخزين التابعة لمصلحة تسيير المخزونات إلى مخازن الورشات، و تكون هذه العملية مستمرة و لا تتوقف إلا في بعض الحالات مثل (تعطل آلات الطحن ، أو التخفيض من

(*) المعلومات المتعلقة بالمؤسسة تم الحصول عليها من الدراسة التي قام بها المركز الوطني لدراسات و التحاليل التنموية CENEAP ALGER و التي تمت في : 08/06/2005 بطلب من المؤسسة، و التي أدرجت ضمن الملاحق، إضافة إلى معلومات تم الحصول عليها بأسلوب المقابلة مع المسؤولين.

الإنتاج ، أو نقص في عملية التموين). ويتم انتقال المواد الأولية عن طريق ناقل آلي بين صوامع التخزين و
الوحدات الإنتاجية .

2- مرحلة التنظيف الأولي :

بعد تموين مخازن الورشات تلي ذلك عملية التنظيف الأولي ، حيث تمر كميات القمح داخل الآلات
الخاصة بالتنظيف الأولي التي تقوم بتنقية القمح من الزوائد و الشوائب الكبيرة ، حيث توجد آلات خاصة
لتنقية القمح من مادة الحديد ، و أخرى تقوم بتصفية الحجارة والحصى، ومن خلال هذه المرحلة يكون القمح
قد زالت منه معظم الشوائب والأوساخ.

3- مرحلة التنظيف النهائي :

في هذه المرحلة تنتقل كميات القمح بواسطة مضخات هوائية إلى نوع ثاني من أجهزة التنظيف، حيث
تتميز هذه الأجهزة بأنها تقوم بحركات اهتزازية لحبيبات القمح ولها ميل محدد للسطح الذي فوقه كميات
القمح، حيث يتم تدحرج حبيبات القمح إلى الأسفل، وتجمع في مجاري التخزين، أما باقي الشوائب المتبقية من
عملية التنظيف الأولي فإنها ترسل إلى الأعلى إلى سلة الأوساخ .

4- مرحلة إضافة المياه :

تكون لكميات القمح الصافية المخزنة درجات رطوبة مختلفة ، و هنا يقوم مسؤول الإنتاج بإضافة كميات
من الماء حتى تصبح درجة الرطوبة ما بين 15 و 15.5 %، حيث هذه الدرجة محددة وفقا لمعايير تقنية ، و
ذلك من أجل تسهيل عملية الطحن فيما بعد، وكذلك لمساعدة فصل الغلاف الخارجي الذي تنتج عنه بقايا
الطحن، وهناك أجهزة خاصة تقوم بتحديد كميات الماء المضافة و أخرى لمراقبة درجات الرطوبة.

5- فترة الانتظار التقني:

من أجل امتصاص القمح لكميات الماء المضافة فإنه يتطلب وقتا للقيام بذلك، بالإضافة إلى رفع درجات
الرطوبة إلى المستوى المرغوب، و تختلف فترة الانتظار حسب نوعية القمح، حيث نجد أن متوسط الانتظار
للقمح الصلب هو 4 ساعات، بينما القمح اللين يصل حتى 8 ساعات، و كذلك حسب درجة الرطوبة الأولية
في المادة التي تتراوح بين 7 إلى 10 % .

6- عملية الطحن :

في هذه المرحلة تقوم آلات الطحن بكسر حبيبات القمح وفقا لمتطلبات التقنية الموضوعية من طرف مصلحة
الإنتاج ، و ذلك من أجل الحفاظ على خصوصية حبة القمح، و كذلك لفصل الغلاف الخارجي عن اللب .

7- عملية الغربلة :

تلي كل عملية طحن مباشرة عملية غربلة ، حيث تمر جزيئات القمح المكسورة على غربال مصنف تقنيا
حسب درجات انفتاح و انغلاق المسامات ، و تنتج عن هذه العملية إما جزيئات خشنة ترجع لعملية الطحن
مجدداً ، و إما مادة جاهزة قابلة للتصنيف، وتشكل عمليتي الطحن والغربلة حلقة مغلقة أي لا تتوقف عملية
الطحن حتى يتم تصنيف الجزيئات إلى مادة جاهزة.

8- مرحلة تجميع الأصناف و تخزينها :

ينتج عن عملية الغرلة تصنيف الجزينات حيث يعبر كل صنف على نوع من المنتج، و يسلك كل صنف مجرى معين ينتهي به المطاف إلى صوامع التخزين للمواد الجاهزة.

9- مرحلة التوضيب و التخزين :

بعد عملية التخزين في صوامع الورشات للمادة الجاهزة تأتي عملية التوضيب، حيث يقوم العامل بتحضير الأكياس ، و بمجرد وضع الكيس على فتحة قنوات التفريغ و الضغط على الزر تتم عملية التفريغ تلقائياً مع الوزن المحدد ، و من ثم مرور الأكياس على آلة الخياطة بعد وضع بطاقة البيانات الخاصة للمنتج (مثل تاريخ الإنتاج ، و مدة الاستهلاك...).

وبعد ذلك يتم إخراج المنتج من الورشات إلى مساحات التخزين بناقلات خاصة، ومنها يصبح المنتج جاهزاً للتسويق.

ثالثاً - الهيكل التنظيمي لمؤسسة مطاحن الحفنة بالمسيلة:

- المديرية العامة: يشرف على تسييرها مدير وحدة له عدة مهام أهمها:

1-التنسيق بين مختلف مصالح المؤسسة

2-التنسيق بين الوحدة ومثيلاتها من نفس القطاع.

3-التنسيق بين الوحدة والمؤسسة الأم.

و تستعين المديرية العامة بعدة مصالح تتمثل في :

1-الأمانة العامة: تابعة للمدير العام وتقوم بتسجيل البريد الصادر والوارد، وطبع المراسلات الصادرة عن المديرية العامة.

2-مكتب مساعد الأمن والرقابة: و مهمته حماية الشركة داخليا وكذا الوقاية خاصة من ناحية الحرائق، السرقة، و حركة مختلف وسائل النقل في الوحدة و حمايتها من مختلف الأخطار.

3- المستشار القانوني: يقوم المدير العام باستشارته أو بمناقشته في القرارات التي سوف تصدرها المؤسسة وذلك لتفادي الوقوع في خطأ قانوني، وهو محامي الشركة والمكلف بالمنازعات التي تدخل فيها سواء كانت بين الشركة ومورديها أو زبائنها أو داخل الوحدة.

4-المحاسب: يقوم بمساعدة المدير العام في مراجعة الحسابات.

5-مساعد مكلف بالنوعية: مكلف بمراقبة نوعية الإنتاج وفقا للمعايير المحددة سواء كانت هذه المعايير تخص الكمية، التغليف أو الجودة.

وتشرف المديرية العامة على كل من مديرية الاستغلال ومديرية الإدارة والمالية:

أ- مديرية الاستغلال :

تتمثل مهمة مدير الاستغلال في تزويد المدير العام بكل المعلومات الخاصة بالاستغلال، وتنقسم هذه الدائرة إلى خمسة مصالح:

1- مصلحة التموين: وهذه المصلحة خاصة بدخول المواد واللوازم الخاصة بعملية الاستغلال وتنقسم إلى فرعين هما:

- فرع التعمير و شراء الحبوب: ومهمته شراء الحبوب وتعمير النوعية.

- فرع المشتريات: وهذا الفرع خاص بتسجيل كل عمليات الشراء.

2- مصلحة الصيانة: مهمتها إصلاح التعطلات الخاصة بآلات الإنتاج، وتشغيل هذه الأجهزة 24 ساعة/24 ساعة، و تتفرع هذه المصلحة إلى :

- فرع الإلكترونيكوميكانيك والكهرباء: ومهمته صيانة التجهيزات الكهربائية.

- فرع الميكانيك العام: وهو فرع خاص بصيانة الآلات الطاحنة والشاحنات.

3- مصلحة الإنتاج: مهمتها خاصة بالعملية الإنتاجية الكاملة، أي من دخول المادة الأولية إلى خروجها كمادة مصنعة مرورا بكل دورات العملية الإنتاجية، وتتم برسم وتنظيم مخطط الإنتاج وعمليات تنفيذه في ورشات الإنتاج، والعمل على احترام كل مراحل الإنتاج وطرق تنفيذها. وتنقسم هذه المصلحة إلى مصنعين هما:

- مصنع التحويل رقم (01): يضم آلات تحويل القمح الصلب إلى سميد بطاقة إنتاجية قدرها 5000 قنطار خلال 24 ساعة.

- مصنع التحويل رقم (02): يضم آلات تحويل القمح الصلب و اللين إلى سميد و فريزة على الترتيب بطاقة إنتاجية 1500 قنطار من القمح الصلب و 1500 قنطار من القمح اللين خلال 24 ساعة.
كما أن هذه المصلحة تتفرع إلى ثلاثة فروع:

فرع محاسبة المواد، فرع الطحن و الإنتاج، فرع الشحن و التوضيب.

4- مصلحة تسيير المخزونات: تتكفل بتخزين المواد الأولية والمنتجات ودورها الرئيسي هو تسجيل حركة المخزون و القيام بعمليات الجرد الشهرية والسنوية، وتتفرع إلى ثلاثة فروع متمثلة في : فرع استقبال وتخزين الحبوب، فرع تسيير مخزونات الأكياس ، فرع تسيير قطع الغيار و التجهيزات.

5- مصلحة التسويق: بعد خروج المنتج من الدورة الإنتاجية تقوم هذه المصلحة ببيع وتصريف المنتج وتنقسم هذه المصلحة إلى فرعين هما:

- فرع التوزيع : ويقوم ببيع المنتجات حسب الزبائن الموقعين على دفاتر التوريد.

- فرع المبيعات : وهو فرع مكلف بتسجيل كل عمليات البيع التي قام بها فرع التوزيع

ب- مديرية الإدارة و المالية:

ومهمتها إدارة المصالح المالية و التنسيق بينها، وتمثل في:

1- مصلحة المحاسبة و المالية : تعتبر من أهم المصالح حيث أن لها علاقة مع جميع المصالح الأخرى ويقع على عاتقها تسجيل كل العمليات المتعلقة بالنشاط التجاري مع الوحدات. و تتفرع هذه المصلحة إلى : فرع المالية و الصندوق ، فرع المحاسبة العامة، فرع المحاسبة والمبيعات.

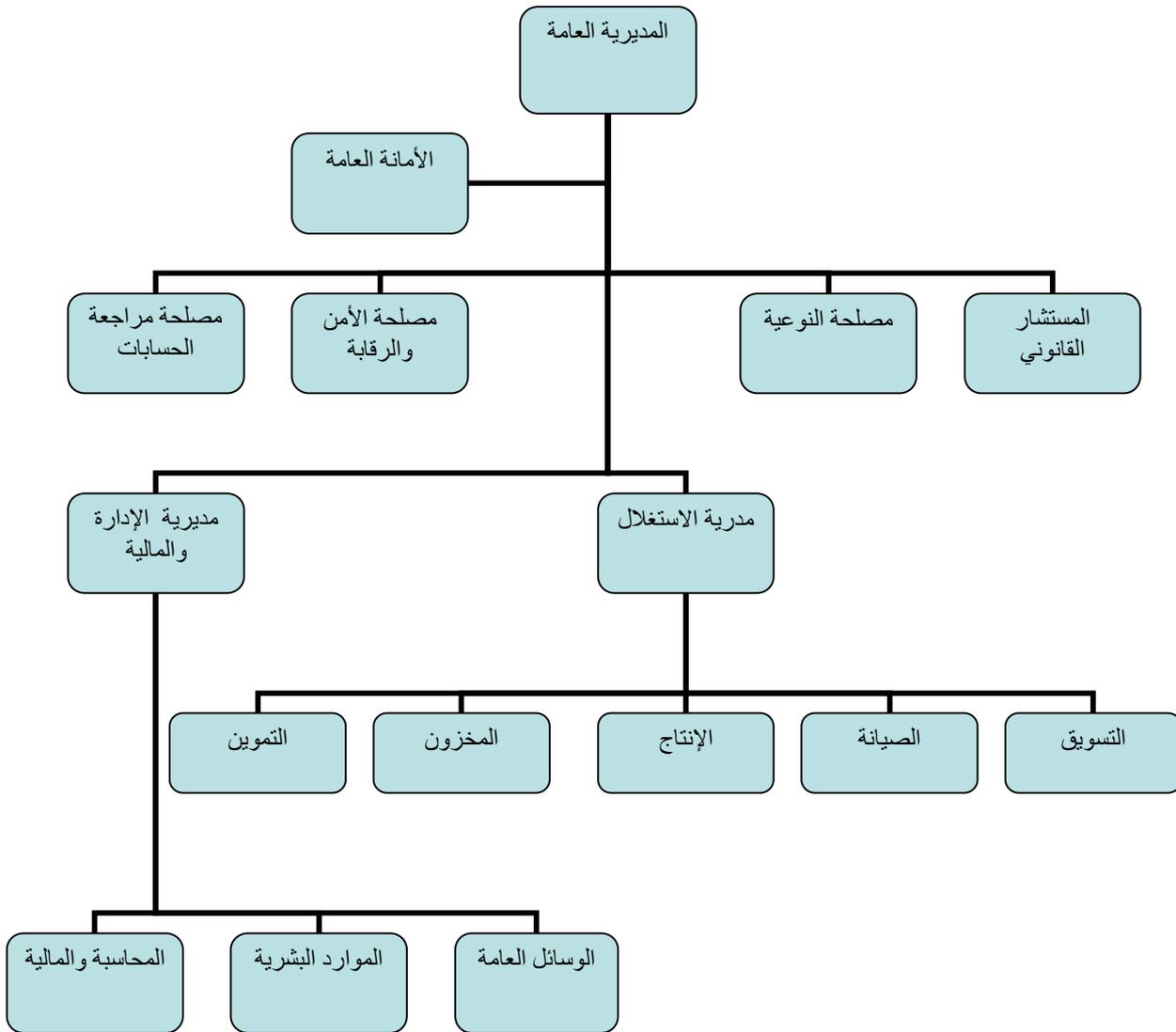
2- مصلحة الموارد البشرية: لها علاقة مباشرة مع العمال حيث تهتم بالشؤون الإدارية للعمال، وتتفرع هذه

المصلحة إلى ثلاثة فروع هي:

- فرع تسيير المستخدمين .
- فرع الأجور.
- فرع الخدمات الاجتماعية.

3- مصلحة الوسائل العامة: وهي التي تشرف على جميع التجهيزات والوسائل العامة داخل المؤسسة.

و يمكن تلخيص الهيكل التنظيمي للمؤسسة في المخطط الآتي:



الشكل (30): الهيكل التنظيمي لمؤسسة مطاحن الحفنة - المسيلة -

المصدر: مديرية الإدارة والمالية.

المطلب الثالث : دراسة مبيعات المؤسسة

أولاً- تحديد أهم المنتجات المباعة في المؤسسة:

تنتج المؤسسة نوعين من المنتوجات الغذائية تتمثل في السميد حيث يجزئ هذا المنتوج إلى عدة أجزاء حسب الحجم (أكياس ذات حجم 10 كغ أكياس ذات حجم 25 كغ أكياس ذات حجم 50 كغ) و منتوج الفرينة والتي لها تقسيمات أيضا حسب الحجم بنفس أحجام أجزاء المنتج السابق ، والسبب في هذا التقسيم هو اختلاف الفئات المستهلكة لمنتجات المؤسسة (مستهلك نهائي والذي له طلبات مختلفة (في الحجم خاصة نظرا لتفاوت المداخل)، المخابز،...)، إضافة إلى منتوج ثالث والذي يعتبر كمنتوج مشتق من المنتوجين السابقين والمتمثل في بقايا العملية الإنتاجية للمنتوجين السميد و الفرينة ، والمسمى ببقايا الطحن والموجه مباشرة إلى تغذية الأنعام بمختلف أنواعها (مواشي ، دواجن،...)، إذن يمكن القول عموما يتم إنتاج وبيع ثلاثة أنواع من المنتوجات : سميد و فرينا و بقايا الطحن ، حيث سنستخدم مبيعات هاته المنتوجات كمتغير يتم التنبؤ به للفترات اللاحقة .

ثانياً- طرق التقدير المتبعة في التنبؤ بمجم المبيعات في المؤسسة :

على مستوى المؤسسة من أجل التنبؤ بمجم المبيعات للفترات اللاحقة يتم الاعتماد على أسلوب السلسلة الزمنية و بشكل مبسط (نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات) ، حيث و بالاعتماد على مبيعات السنوات السابقة ولكل منتج من المنتوجات الثلاثة على حدى (السميد و الفرينة وبقايا الطحن) يتم تحديد حجم المبيعات المتنبأ بها بالاعتماد على مركبة وحيدة للسلسلة الزمنية وهي مركبة الاتجاه العام فقط (دون مراعاة المركبات الأخرى)، وبالوصول على الحجم المتنبأ به لكل منتج ثم جمعه مع الحجم المتنبأ به من المنتوجين الآخرين يتم الحصول على حجم المبيعات المتنبأ به للفترة الموالية لمبيعات المؤسسة ككل.

المبحث الثاني: المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات المؤسسة

المطلب الأول : تحديد المتغيرات و المعطيات المستخدمة

أولاً - تحديد متغيرات النموذجين:

بما أن المؤسسة تعتمد على نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات بشكل مبسط ، سنحاول استخدام نموذج آخر يمكن أن يساعد في التنبؤ بحجم المبيعات أو قد يحسن من التنبؤات ، وهو نموذج الانحدار البسيط حيث تتأثر مبيعات المؤسسة بمجموعة من العوامل بتأثير متفاوت ، مثل عدد المنافسين والحصة التي تحصل عليها المؤسسة كتموينات من الديوان الجهوي للحبوب ، وكذلك جودة المنتج، والحملات الإشهارية التي تقوم بها المؤسسة الأم وغيرها من العوامل، ونظرا لعدم التمكن من ضبط معطيات (وإن وجدت لا تتوفر لمدة سنتين على الأقل) باستثناء مصاريف الإشهار التي تتحملها المؤسسة كجزء من المصاريف المترتبة عن الحملات الإشهارية التي تقوم بها المؤسسة الأم حيث يمكن الحصول على معطيات كاملة لسنتين حول هذا المتغير مما يبرر استخدامه كمتغير مستقل، كون أن دوره الوحيد هو تنشيط المبيعات ودفعها نحو المستهلك (خاصة في المنتجين السמיד و الفرينة)، فانطلاقا من منظور النظرية الاقتصادية يمكن أن يكون متغيرا مستقلا في نموذج الانحدار البسيط.

إذ أن المؤسسة الأم "الرياض سطيف" تقوم بحملات إشهاري على مستوى الوطن عن طريق مختلف الوسائل الإشهارية مثل التلفزة، الملصقات... وغيرها، ثم تقوم بتخصيص عبيء هذا الإشهار على كل وحدة من وحداتها عبر الوطن وفقا لمعايير محددة ، و كون مؤسسة مطاحن الحضنة هي أيضا أحد الوحدات التابعة لها فإنها تتحمل جزء من هذا العبء كون أنها تستفيد من هذا الإشهار، حيث ترسل إليها قيمة مصاريف الإشهار لكل شهر من طرف المؤسسة الأم ليتم دمجها ضمن المصاريف التي يتحملها المنتج كتكلفة نهاية .

ثانيا - تحديد المعطيات المستخدمة :

في دراسة هذه الحالة نأخذ مبيعات المؤسسة للمنتوجات الثلاثة (للكل) بالأشهر للسنتين المتواليين 2004 و 2005 كنموذج للسلسلة الزمنية للمبيعات ذات 24 مشاهدة، حيث وحدة القياس المستخدمة هي القنطار، والتي تم أخذها من المصلحة التجارية للمؤسسة حسب الملحق الموجود في الصفحات الخاصة بالملاحق، أما النموذج الثاني فسيتم تشكيله من المبيعات السابقة كتابع و مصاريف الإشهار (وحدة القياس هي الكيلو دينار حيث: واحد كيلو دينار يساوي 1000(ألف) دج) حيث نأخذ المبالغ الخاصة بمصاريف الإشهار لكل شهر ، الموجود في الملاحق المرفقة ، والتي تم الحصول عليها من طرف إدارة المالية والمحاسبة، لنحصل على الجدول التالي:

الفصل الرابع _____ المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ
بمجم مبيعات مؤسسة مطاحن الحصنة

جدول رقم (14): مبيعات مؤسسة مطاحن الحصنة ومصاريف الإشهار لسنتي: 2004 و 2005.

السنوات	الأشهر	الزمن T	المبيعات Y	مصاريف الإشهار Xi
2004	جانفي	1	34549.7	91.20587
	فيفري	2	33532.8	138.16018
	مارس	3	34612.3	164.47916
	أفريل	4	26154.7	123.26381
	ماي	5	47553.3	118.1596
	جوان	6	30397.45	87.47084
	جويلية	7	18763.75	27.50196
	أوت	8	31494.35	70.37812
	سبتمبر	9	32872.35	141.14882
	أكتوبر	10	47558	169.64163
	نوفمبر	11	33571.1	172.8026
	ديسمبر	12	45940.35	191.20232
2005	جانفي	13	54609.2	150.06055
	فيفري	14	45035.7	170.4477
	مارس	15	52692	213.45456
	أفريل	16	53964.65	178.61716
	ماي	17	56573.15	224.98109
	جوان	18	49437.45	235.38668
	جويلية	19	41857.55	144.36796
	أوت	20	31224.05	71.03307
	سبتمبر	21	41842.1	194.65701
	أكتوبر	22	39889.8	168.10624
	نوفمبر	23	39648.35	149.54506
	ديسمبر	24	39590.8	173.46792
	المجموع		963364.95	3569.53991

المطلب الثاني : بناء النموذجين والمفاضلة بينهما في التنبؤ بمجم المبيعات

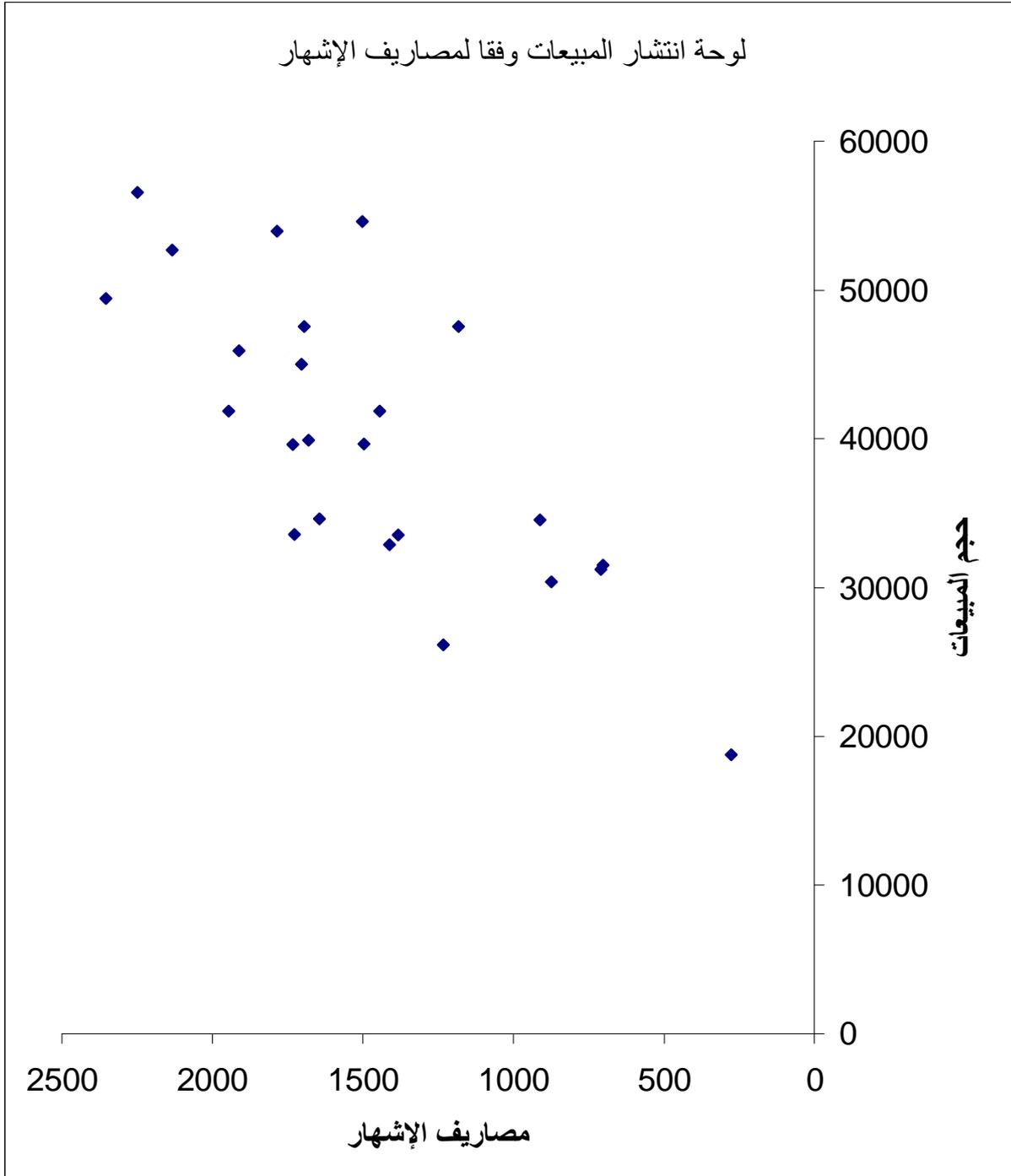
إذا أردنا التنبؤ بمجم المبيعات للفترات اللاحقة فإنه أمامنا حالتين أو إمكانيتين بحيث يمكن اعتبار أن حجم المبيعات تابع أو دالة في مقدار مصاريف الإشهار ، أو أن المبيعات دالة في الزمن ويمكن تفسيرها على أنها سلسلة زمنية و يمكن أن نجري عليها التحاليل التي تجري على السلاسل الزمنية في تفسير الظواهر ، والسؤال الذي يمكن أن نطرحه هنا : إذا كان أمامنا النموذجين السالف ذكرهما فما هو النموذج الذي يمكن الاعتماد عليه في التنبؤ بمجم المبيعات للفترات اللاحقة بصورة أفضل من الآخر؟.

نحاول إيجاد الحل لهذا الإشكال من خلال تطبيق مختلف معايير المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ بمجم المبيعات بحيث نتبع في ذلك الخطوات التالية:

- بناء نموذج الانحدار البسيط و إجراء مختلف الاختبارات الإحصائية ثم نستخدم النموذج في التنبؤ للفترة القادمة ثم نحدد مجالاً لقيمة المتنبأ بها كما نقوم بقياس دقة النتائج التنبؤية للنموذج.
- بناء نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات و إجراء مختلف الاختبارات الإحصائية ثم نستخدم النموذج في التنبؤ للفترة القادمة ثم نحدد مجالاً لقيمة المتنبأ بها كما نقوم بقياس دقة النتائج التنبؤية للنموذج.
- نجري مختلف المعايير للمفاضلة بين النموذجين من خلال:

- 1- الاختبارات الإحصائية للحكم على النموذج في التنبؤ (والتي تعتمد على مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها).
- 2- المفاضلة بين النموذجين وفقاً لقاعدة "ثايل" "Thiel" .
- 3- المفاضلة بين النموذجين وفقاً لمؤشرات دقة النتائج التنبؤية.

قبل البدء في أي تحليل نقوم بالعرض البياني للمبيعات مع مصاريف الإشهار في البيان التالي:



شكل رقم: (31): مبيعات مؤسسة مطاحن الحضنة وفقاً لمصاريف الإشهار لسنتي 2004 و 2005.

بعد العرض البياني للمبيعات و مصاريف الإشهار تظهر مجموعة نقاط الإحداثيات المبينة لهما في سحابة من النقاط مقتربة إلى بعضها البعض مما يدل على وجود علاقة بين المتغيرين ، لذلك نبدأ أولاً بحساب معامل الارتباط لتحديد مدى قوة العلاقة بين المبيعات و مصاريف الإشهار.

1- دراسة الارتباط:

1-1 - حساب معامل الارتباط (r):

من خلال الصيغة المعروفة:

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \cdot \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

من الجدول نحدد قيمة (r) كما يلي:

$$r = \frac{8752446,33}{\sqrt{(60750,7)(2191693723)}} = 0,758$$

$$r = 0,758$$

إذن معامل الارتباط يساوي: 0,758 أي أن $(r^2 = 0,575)$ مما يدل على أن العلاقة بين المبيعات و مصاريف الإشهار تكاد تكون خطية عموما ، كما يترجم ذلك وجود علاقة طردية (في نفس الاتجاه) أي زيادة مصاريف الإشهار يؤدي إلى زيادة حجم المبيعات ، مما يبرر اعتماد مصاريف الإشهار كمتغير مفسر (مستقل) لتفسير المبيعات (كتابع) ، وقد يكون هذا محض الصدفة مما يجربنا للقيام باختبار المعنوية الإحصائية لمعامل الارتباط.

1-2 - اختبار معنوية معامل الارتباط (r):

وكما أشرنا سابقا أهم الاختبارات المستخدمة هنا اختبار "ستودنت" (t) كما يلي:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (\text{حيث ستخدم هذه الصيغة عندنا تكون } n \text{ أقل من } 30)$$

$$t = \frac{0,758\sqrt{24-2}}{\sqrt{1-(0,574)}} = 5,44 \quad \text{إذن قيمة (t) هي: } 5,44$$

وبالرجوع إلى جدول التوزيع (t) وعند مستوى المعنوية $a = 5\%$ ودرجات حرية $df = n - k = 24 - 2 = 22$ (حيث يتم اختيار مستوى معنوية $a = 5\%$ على أساس أنه شائع في مثل هذه

الاختبارات) ، قيمة (t) الجدولية هي: $t_{(22,0,95)} = 1,717$

بما أن $t_{cal} = 5,44$ المحسوبة أكبر من الجدولية $t_{tab} = t_{(22,0,95)} = 1,717$ ، فإن (r) معامل الارتباط له معنوية إحصائية ولم يكن نتيجة الصدفة ، وأنه يمثل قوة العلاقة بشكل صحيح.

2- الانحدار بين المتغيرين:

بما أن (r) معامل الارتباط يظهر علاقة قوية بين المتغيرين ، فإنه يمكن تحديد شكل أو صيغة لهذه العلاقة ونظرا لأن قيمة (r) تقترب من الواحد مما يبرر وضع صيغة خطية لعلاقة الانحدار) وذلك وفقا للصيغة المعروفة:

$$Y_i = a + B X_i + u_i \quad \text{كنموذج عام}$$

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b} X_i + e_i \quad \text{كنموذج للتقدير}$$

2-1- حساب المعلمت \hat{a} و \hat{b} :

1-أ- حساب المعلمة \hat{b} :

وذلك وفقاً للصيغة التي تقترحها طريقة المربعات الصغرى:

$$\hat{b} = \frac{\sum XiYi - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum Xi^2 - n\bar{X}^2} = \frac{\sum (Xi - \bar{X})(Yi - \bar{Y})}{\sum Xi^2 - n\bar{X}^2}$$

من الجدول نجد:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{n} = \frac{3569.5}{24} = 148,731 \text{ و } \bar{Y} = \frac{\sum Yi}{n} = \frac{963364.95}{24} = 40140,206$$

$$\hat{b} = \frac{(8752446,33)}{(591651,33) - (24 \times (148,73)^2)} = 144,07$$

إذن ميل الانحدار هو $\hat{b} = 144,07$

1-ب- حساب المعلمة \hat{a} :

وذلك وفقاً للصيغة: $\hat{a} = \bar{Y} - b\bar{X}$

$$\hat{a} = 40140,206 - (144,07 \times 148,731) = 18712,22$$

المقدار الثابت: $\hat{a} = 18712,22$ يمثل الحد الأدنى من المبيعات، أي كمية المبيعات لما تكون مصاريف الإشهار صفر (إذا لم يتم الإنفاق الإشهاري).
لتكون بذلك الصيغة العامة للنموذج:

$$\hat{Y}_i = 18712,22 + 144,07 X_i \text{ مع } r = 0,758$$

بحيث يمكن الاعتماد على مصاريف الإشهار للتنبؤ بمجم المبيعات للفترات القادمة، كنموذج انحدار بسيط، وذلك بعد التأكد من معنوية المعلمت وصلاحيتهما كمعلمت للتنبؤ في المجتمع.

3- الاختبارات الإحصائية:

3-1- اختبارات الخطأ المعياري (S) :

نقوم بحساب الخطأ المعياري للتقدير $(S_{\hat{e}_i})$ وفقاً للصيغة:

$$S_{\hat{e}_i} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-k}} = \sqrt{\frac{930715293}{24-2}} = 6504,24$$

إذن الخطأ المعياري للتقدير هو 6504,24 أي عموماً هناك حوالي 6504 وحدة مباعه كمتوسط خطأاً للتقدير وفقاً لهذا النموذج.

ثم نحسب الخطأ المعياري للتقدير لكل معلمة ونقارنه بنصف قيمتها:

١-أ- بالنسبة المعلمة \hat{a} :

$$S_{\hat{a}} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2 \sum X_i^2}{(n-k) n \sum x_i^2}} \quad \left(\sum x_i^2 = \sum (X_i - \bar{X})^2 \right)$$

$$S_{\hat{a}} = \sqrt{\frac{(930715293)(591651,33)}{(24-2) \times 24 \times (60750,70)}} = 4143,32$$

$$S_{\hat{a}} = 4143,32 < \frac{\hat{a}}{2} = \frac{18712,22}{2} = 9356,11 \quad \text{إذن :}$$

بما أن نصف قيمة المعلمة \hat{a} أكبر من الخطأ المعياري للتقدير لها ، فإن هذا يدل على صغر الخطأ المعياري لها كما يدل على معنويتها الإحصائية.

١-ب- بالنسبة المعلمة \hat{b} :

$$S_{\hat{b}} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2 \cdot 1}{(n-k) \sum x_i^2}} \quad \left(\sum x_i^2 = \sum (X_i - \bar{X})^2 \right)$$

$$S_{\hat{b}} = \sqrt{\frac{(930715293)}{(24-2) \times (60750,7)}} = 26,38$$

$$S_{\hat{b}} = 26,38 < \frac{\hat{b}}{2} = \frac{144,07}{2} = 72,03 \quad \text{لدينا}$$

بما أن نصف قيمة المعلمة \hat{b} أكبر من الخطأ المعياري للتقدير لها ، فإن هذا يدل على صغر الخطأ المعياري لها كما يدل على معنويتها الإحصائية، ويمكن قبولها كمعلمة للتقدير في المجتمع.

٢- الاختبارات الإحصائية للمعلمات بواسطة توزيع "ستودنت" (t) :

٢-أ- اختبار (t) بالنسبة المعلمة \hat{a} :

نضع الفرضيات كما يلي:

فرضية العدم: (أي \hat{a} لا تمثل المجتمع تمثيلاً صحيحاً) $H_0: a = 0$

الفرضية البديلة: (أي \hat{a} يمكن أن تمثل المجتمع تمثيلاً صحيحاً) $H_1: a \neq 0$

نحسب قيمة (t) (المحسوبة):

$$t_{(\hat{a})}^{cal} = \frac{\hat{a}}{Se_{(\hat{a})}} = \frac{18712,22}{4143,32} = 4,51$$

بالرجوع إلى جدول التوزيع ل: (t) عند مستوى المعنوية $\alpha = 5\%$ ودرجة حرية $df = 24 - 2 = 22$ نجد

$$قيمة t_{tab} (0,25; 22) = 2,074$$

وبما أن القيمة الجدولية لـ t_{tab} هي : $t_{(0.25;22)} = 2,074$ تحت مستوى معنوية $a = 5\%$ ودرجة حرية $df = 24 - 2 = 22$ أي أن $t_{tab} = 2,074 < t_{cal} = 4,51$ أكبر من قيمة t_{tab} الجدولية، وعلى هذا الأساس نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، وبهذا يكون تقدير \hat{a} ذو معنوية ويدل على إمكانية الوثوق بالمعلمة \hat{a} كمعلمة لتقدير في المجتمع .

٢- ب- اختبار (t) بالنسبة المعلمة \hat{b} :

نضع الفرضيات كما يلي:

فرضية العدم: (أي \hat{b} لا تمثل المجتمع تمثيلاً صحيحاً) $H_0: b = 0$

الفرضية البديلة: (أي \hat{b} يمكن أن تمثل المجتمع تمثيلاً صحيحاً) $H_1: b \neq 0$

نحسب قيمة t (المحسوبة):

$$t_{(\hat{b})}^{cal} = \frac{\hat{b}}{Se_{(\hat{b})}} = \frac{144,07}{26,38} = 5,46$$

كما أن قيمة t_{tab} الجدولية تبقى كما هي : $2,074$ لأن لها نفس معالم \hat{a} .

وبما أن القيمة الجدولية لـ t_{tab} هي : $2,074$ تحت مستوى معنوية $a = 5\%$ ودرجة حرية $df = 24 - 2 = 22$ أي أن $t_{tab} = 2,074 < t_{cal} = 5,46$ أكبر من قيمة t_{tab} الجدولية، وعلى هذا الأساس نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، وبهذا يكون تقدير \hat{b} ذو معنوية إحصائية ويدل على إمكانية الوثوق بالمعلمة \hat{b} كمعلمة لتقدير في المجتمع .

بما أن الاختبارات السابقة (حول (S) و (t)) تظهر المعنوية الإحصائية لمعلمتي النموذج ، أي أن النموذج

بالشكل التالي مقبول : $\hat{Y}_i = 18712,22 + 144,07 X_i$.

كحكم مبدئي فقط ، لكن الاختبارات اللاحقة هي التي ستدعم ذلك أو ترفضه.

3-3- اختبارات جودة التوفيق:

3-أ- اختبارات جودة التوفيق بواسطة (R^2) معامل لتحديد:

$$R^2 = \frac{SSE}{SST} \quad \text{أو} \quad R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST}$$

من خلال الصيغة:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \quad \text{أو (حيث: } (\sum y_i^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2)$$

$$R^2 = 1 - \frac{930715293}{2191693723}$$

إذن:

$$R^2 = 0,5753 \quad \text{(حيث كل الصيغ تعطي النتيجة):}$$

يظهر معامل التحديد جودة توفيق متوسطة لنموذج انحدار المبيعات على مصاريف الإشهار ، ويظهر أن حوالي 57,53% من المبيعات يمكن تفسيرها عن طريق مصاريف الإشهار ، أي أن نسبة 57,53 من التغير في المبيعات سببها التغير في مصاريف الإشهار.

3-ب- اختبارات جودة التوفيق بواسطة F (توزيع فيشر):

نقوم بتكوين جدول تحليل التباين ANOVA كما يلي:

جدول (15): تحليل التباين لنموذج الانحدار البسيط

مصدر التباين	المجموع المربع	درجات الحرية df	متوسط مجموع المربعات	F: فيشر
الانحدار البسيط	$SSR = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ = 930715293	$(k-1) =$ $2-1 = 1$	$MSSR = SSR / k - 1$ = 930715293	$F_{cal} = \frac{MSSR}{MSSE}$ $F_{cal} = \frac{930715293}{573172201,36}$
البواقي	$SSE = SST - SSR$ = 1260978430	$(n-k) =$ $24-2 = 22$	$MSSE = SSE / n - 2$ = 573172201,36	$F_{cal} = 16,23$
المجموع	$SST = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$ = 2191693723	$(n-1) =$ $24-1 = 23$	-	

- نحدد القيمة الجدولية F_{tab} من جداول التوزيع F عند مستوى المعنوية $a = 5\%$ و $V_1 = k - 1 = 2 - 1 = 1$ و

$V_2 = n - k = 24 - 2 = 22$ بمعنى: $F_{a,(1,n-2)}$ الجدولية.

$$F_{a,(1,n-2)} = F_{(0,05;1;22)} = 4,41$$

بما أن قيمة المحسوبة $F_{cal} = 16,23$ أكبر من $F_{tab} = 4,41$ الجدولية فإن هذا يدل على المعنوية الإحصائية

لنموذج ككل وصلاحيته للتنبؤ ، وانه يتمتع بجودة توفيق عالية لم تكن لمجرد الصدفة.

والاختباران الأخيران يبرران قبول النموذج كما هو ليكون بالشكل:

$$r = 0,758 \quad \hat{Y}_i = 18712,22 + 144,07 X_i$$

4- استخدام النموذج في التنبؤ واستخراج مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها:

4-1- استخدام نموذج الانحدار البسيط في التنبؤ:

باستخدام المعادلة الانحدارية: $\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b} X_i$ فإنه و بمعلومية X_i للفترة اللاحقة والتي يمكن أن

تكون على حالتين ، إما أن تعطى مباشرة ، أو إما يتم التنبؤ بها ، والتي لها عادة توجه عام خطي ، نستخدم

الحالة الأولى والتي يكون فيها العامل المؤثر في المبيعات (مصاريف الإشهار) قيمته محدد مسبقا (مثلا كزيادة

نسبة إلى الفترة السابقة، أو زيادة كمية أو زيادة (...)، في هذه الحالة هنا كان من المتوقع أن تصل مصاريف الإشهار إلى مستوى: 190 كدج للفترة القادمة (حسب ما هو مخطط من طرف المؤسسة الأم)، فما هو مقدار المبيعات الموافق لهذه الفترة؟.

$$\hat{Y}_{i+1} = 18712,22 + 144,07(190) = 46085,52$$

لتكون بذلك المبيعات : 46085,52
أي أن كمية المبيعات للفترة القادمة هي: 46085,52 وحدة مباعة.

4-2 - مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها:

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتنبأ به لـ (\hat{Y}) ، علينا أولاً حساب الخطأ المعياري للتوقع والذي يحسب وفقاً لإحدى الصيغ التالية بالنسبة لمعادلة الانحدار الخطية البسيطة:

$$S_{\hat{y}_{i+t}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n - 2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_{PR} - \bar{X})^2}{\sum (X_{PR} - X_i)^2}}$$

$$S_{\hat{y}_{i+t}} = \sqrt{\frac{930715293}{24 - 2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{24} + \frac{190 - 148,73}{101626,17}}$$

$$S_{\hat{y}_{i+t}} = 6638,43$$

الانحراف المعياري لخطأ التقدير للقيمة المتنبأ بها هو: 6638,43

مجال التنبؤ وفقاً للتوزيع (Z) هو:

جدول (16): مجالات القيمة المتنبأ بها وفقاً لاحتمالات التوزيع الطبيعي (Z).

با احتمال 68%	با احتمال 50%
$\hat{Y}_{PR} \pm S_{\hat{y}_{i+t}}$	$\hat{Y}_{PR} \pm \frac{2}{3} S_{\hat{y}_{i+t}}$
46085,52 ± (6638,43) [52723,95;39447,08]	46085,52 ± $\frac{2}{3}$ (6638,43) [50511,14;41659,89]
با احتمال 99.7%	با احتمال 95%
$\hat{Y}_{PR} \pm 3 S_{\hat{y}_{i+t}}$	$\hat{Y}_{PR} \pm 2 S_{\hat{y}_{i+t}}$
46085,52 ± $\frac{2}{3}$ (6638,43) [66000,83;26170,20]	46085,52 ± 2(6638,43) [59362,39;32808,64]

ويتم إقرار مجال التوقع وفقاً لإحصائية "ستودنت" (t) كما يلي :

$$\hat{Y}_{PR} \pm t_{df, a\%} \cdot S_{\hat{y}_{t+t}}$$

حيث \hat{Y}_{PR} هو المستوى المتوقع (المتنبأ به) و $t_{df, a\%}$ هي قيمة توزيع "ستودنت" النظرية عند مستوى المعنوية $a = 5\%$ ودرجات حرية $df = n - k = 24 - 2 = 22$ نجد: $t_{df, a\%} = 2,074$
حدي مجال التنبؤ هما:

$$\text{الحد الأدنى: } Min = 46085,52 - (2,074)(6638,43) = 32317,41$$

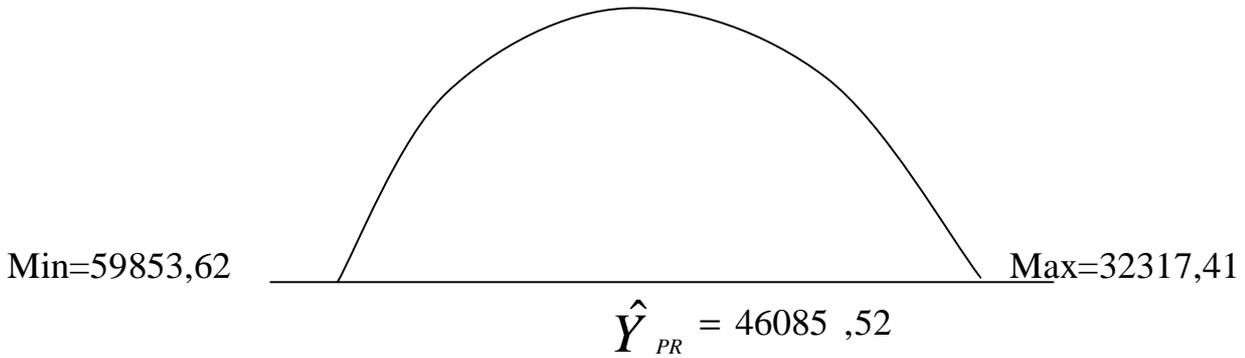
$$\text{الحد الأقصى: } Max = 46085,52 + (2,074)(6638,43) = 59853,62$$

إذن: $\hat{Y}_{PR} \in [59853,62; 32317,41]$ باحتمال 5% ومدى قدره:

$Max - Min = 59853,62 - 32317,41 = 27536,2$ أي المدى قدره: 2, 27536 وحدة
مباعة.

ونمثل هذا المجال بيانيا كما يلي:

(100-5)=95% باحتمال



شكل رقم (32): مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المؤسسة وفقا لنموذج الانحدار البسيط باستعمال توزيع "ستودنت" t باحتمال 95 %.

5- قياس دقة النتائج التنبؤية لنموذج الانحدار البسيط:

5-1- المؤشرات التامة (المطلقة):

أ- متوسط القيم المطلقة للأخطاء: mean absolute error

$$MAE = \frac{\sum |e_i|}{n} = \frac{120846,06}{24} = 5035,25$$

متوسط القيمة المطلقة للأخطاء لنموذج الانحدار البسيط هو: 25,5035 وحدة مباعة

ب- مربع الأخطاء المطلقة: mean Squared error

$$MSE = \frac{\sum e_i^2}{n} = \frac{230715293,4}{24} = 38779803,89$$

مربع الأخطاء المطلقة هو لنموذج الانحدار البسيط هو: 38779803,89 وحدة مباعه.
ويستخدم الاختبار ان معرفة القوة التنبؤية للنموذج المستخدم.

5-2- المؤشرات النسبية:

أ- النسبة المطلقة لمتوسط الأخطاء: mean absolute percentage error

$$MAPE = \frac{\sum (|e_i|/Y_i)}{n} = \frac{3,143}{24} = 0,1311$$

حيث نحسب مجموع متوسط نسبة كل قيمة مطلقة مقدره إلى القيمة الفعلية ونقسم المجموع على عدد بيانات
الظاهرة، النسبة المطلقة لمتوسط الخطاء لنموذج الانحدار البسيط هي: % 11,13.

ب- نسبة متوسط الأخطاء: mean percentage error

$$MPE = \frac{\sum (e_i^2/Y_i)}{n} = \frac{23331,2}{24} = 972,13$$

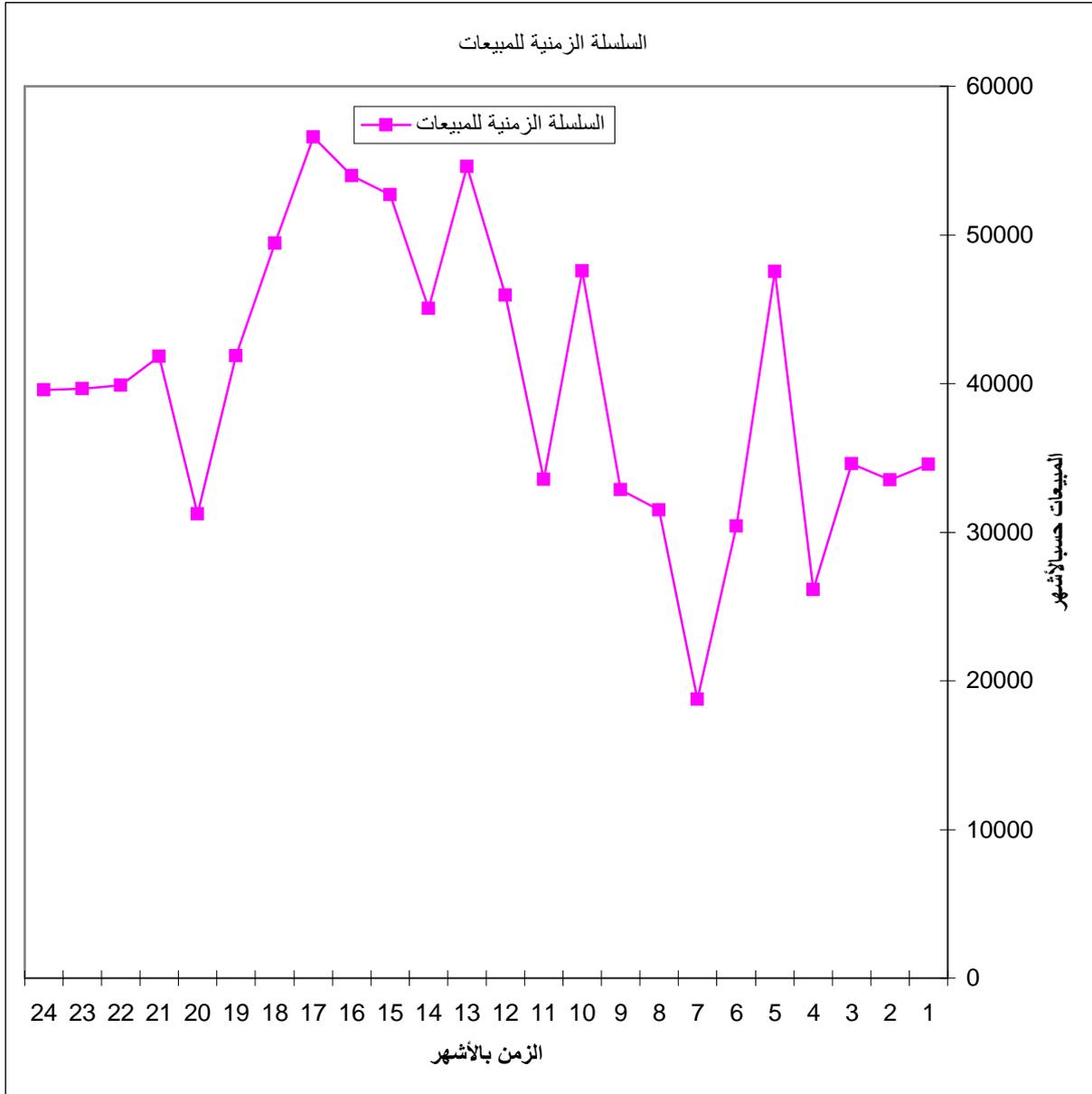
تستخدم هذه الصيغة لمعرفة التحيز في الأخطاء نحو الموجب أو السالب ، وكلما كانت القيمة فريية من
الصفر فإن هذا يشير إلى دقة النموذج في التنبؤ، نسبة متوسط الأخطاء لنموذج الانحدار البسيط
هي : 972,13.

نستعمل هذه المؤشرات فيما بعد للمفاضلة بين النموذجين والخروج بحكم حول ذلك.

ثانيا- نموذج السلسلة الزمنية :

1-الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية:

قبل القيام بأي تحليل للسلسلة الزمنية نقوم بالعرض البياني لتطور حجم المبيعات حسب الزمن قي البيان التالي:



الشكل رقم (33): حجم مبيعات مؤسسة مطاحن الحفنة لسنتي 2004 و 2005 بالأشهر

العرض البياني للسلسلة الزمنية التي تمثل حجم المبيعات للمؤسسة يظهر وجود مركبة اتجاه العام على الأقل والتي يمكن كشفها أحيانا بواسطة العين المجردة بالإضافة إلى المركبة العشوائية أما باقي المركبات فمن الصعب الكشف عنها ، وعموما تبقى طريقة الكشف بالعين المجردة عن مركبات السلسلة الزمنية من الأمور الصعبة لذا نعتد على مختلف الطرق التحليلية للكشف عن مختلف مركبات السلسلة الزمنية ومن ثم محاولة نمذجتها بعد الكشف عن طبيعة نموذج السلسلة الزمنية (تجميعي ، مضاعف ، مختلط).

1-1- الكشف عن مركبة الاتجاه العام:

نستخدم في ذلك معامل الارتباط الرتي.

بحيث نحدد قيم رتب السلسلة d ثم نحسب مربع الرتب d^2 ونحسب قيمة r_s (سبيرمان) من الصيغة:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum dt^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6(1450)}{24(24^2 - 1)} = 0,369 \quad \text{من الجدول نجد:}$$

في هذه الحالة: $n=24$ ومستوى المعنوية: $a = 5\%$ ، من جدول "سبيرمان" نجد: $r_{a/2} = r_{2.5\%} = 0,351$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية أي أن: $r_{2.5\%} = 0,369 > r_s = 0,351$

وبالتالي فإن السلسلة تحتوي على مركبة اتجاه عام إضافة إلى المركبة العشوائية.

2-2 - الكشف عن المركبة الموسمية :

كون أن البيانات التي لدينا بالأشهر فإننا نستعمل الأشهر بدل الفصول فإذا حولنا البيانات إلى فصول فإن هذا سيقصص بكثير من حجم السلسلة التي لدينا لذلك نعتبر أن الموسمية تتجسد في الأشهر أي أن المبيعات لها تغيرات شهرية ، و للكشف المركبة الموسمية نستعمل أحد الاختبارات الإحصائية الأكثر تداولاً وهو اختبار "كر وكسل-واليس" "Kruskall-Wallis" والذي تعطى علاقته كما يلي:

$$KW = \frac{12}{n(n-1)} \sum \frac{Ri^2}{mi} - 3(n+1)$$

حيث نعد الجدول التالي لاستخراج (Ri) رتب السلسلة الفصلية حيث أن البيانات التي تتوفر لدينا شهرية:

- جدول (17): استخراج رتب أشهر السلسلة الزمنية للمبيعات.

(Ri^2 / m)	مربع الرتب	مجموع الرتب	الرتب (Ri)		2005	2004	الأشهر
512	1024	32	23	9	54609,2	34549,7	1
264,5	529	23	16	7	45035,7	33532,8	2
480,5	961	31	21	10	52692	34612,3	3
288	576	24	22	2	53964,65	26154,7	4
882	1764	42	24	18	56573,15	47553,3	5
264,5	529	23	20	3	49437,45	30397,45	6
128	256	16	15	1	41857,55	18763,75	7
40,5	81	9	4	5	31224,05	31494,35	8
200	400	20	14	6	41842,1	32872,35	9
512	1024	32	13	19	39889,8	47558	10
200	400	20	12	8	39648,35	33571,1	11
392	784	28	11	17	39590,8	45940,35	12
4164							المجموع

- عدد القيم أو المشاهدات المقابلة لكل شهر = 2 أي أن: $m_1 = m_2 = \dots = m_{12} = 2$

- عدد القيم الكلية أو حجم العينة تساوي: $n = 24$ إذن:

$$KW = \frac{12}{24(24-1)}(4164) - (3 \times (24+1)) = 15,52$$

- حساب قيمة كاي مربع (χ^2) بدرجات حرية: $df = p - 1 = 4 - 1 = 3$ (حيث تحتوي السنة على أربعة

$$F_{p-1,5\%} = C_{1,5\%}^2 = 4,575 : a = 5\%$$

فصول لذا نضع $df = p - 1 = 4 - 1 = 3$ ومستوى معنوية: $a = 5\%$ $C_{p-1,5\%}^2 = C_{1,5\%}^2 = 4,575$ أكبر من قيمة $KW = 15,52$ إذن السلسلة الزمنية تحتوي على
المركبة الموسمية.

2- تحديد شكل السلسلة الزمنية:

كما ذكرنا أنفا العاملين المهمان في السلسلة الزمنية هما الاتجاه العام والعامل الموسمي أما العامل الدوري
فأثره عموما طفيف (في المدى البعيد نسبيا) كون أن السلسلة التي لدينا تتكون من سنتين وعادة العامل
الدوري يظهر أثره على مدى السنوات أما العامل العشوائي فمدمج مع الاتجاه العام، فسنحاول تحديد شكل
السلسلة الزمنية بالطرق الثلاثة المعروفة.

2-1- طريقة الوسط الحسابي:

حيث نحسب فروقات القيم حول الوسط السنوي لكل سنة ونستخدم في ذلك الجدول التالي:
جدول (18): فروقات قيم الأشهر حول المتوسط الحسابي لها لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات.

الأشهر	2004	2005	مجموع الشهر	\bar{Y}_i	2004	2005	الفروقات
1	34549,7	54609,2	89158,9	44579,45	-10029,8	10029,75	
2	33532,8	45035,7	78568,5	39284,25	-5751,45	5751,45	
3	34612,3	52692	87304,3	43652,15	-9039,85	9039,85	
4	26154,7	53964,65	80119,35	40059,675	-13905	13904,975	
5	47553,3	56573,15	104126,45	52063,225	-4509,93	4509,925	
6	30397,45	49437,45	79834,9	39917,45	-9520	9520	
7	18763,75	41857,55	60621,3	30310,65	-11546,9	11546,9	
8	31494,35	31224,05	62718,4	31359,2	135,15	-135,15	
9	32872,35	41842,1	74714,45	37357,225	-4484,88	4484,875	
10	47558	39889,8	87447,8	43723,9	3834,1	-3834,1	
11	33571,1	39648,35	73219,45	36609,725	-3038,63	3038,625	
12	45940,35	39590,8	85531,15	42765,575	3174,775	-3174,775	

نلاحظ أن الفروقات للأشهر تختلف من سنة إلى أخرى، لكن من الصعب أن نعطي أي حكم عن شكل
نموذج السلسلة الزمنية لذا ننتقل للاختبار التالي.

2-2 - طريقة الانحراف المعياري السنوي:

لهذه الطريقة خطوة واحدة وهي حساب الانحراف المعياري السنوي لكل سنة كما في الجدول التالي:
جدول رقم (19): الانحرافات المعيارية للأشهر بالنسبة لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات.

Sd_i	Sd_i^2	\bar{Y}_i	2005	2004	الأشهر
45693,7988	2087923247	27304,6	54609,2	34549,7	1
39703,0411	1576331475	22517,85	45035,7	33532,8	2
44578,3477	1987229088	26346	52692	34612,3	3
42404,3145	1798125891	26982,325	53964,65	26154,7	4
52258,1938	2730918821	28286,575	56573,15	47553,3	5
41036,9737	1684033215	24718,725	49437,45	30397,45	6
32435,5731	1052066403	20928,775	41857,55	18763,75	7
31359,4912	983417690,2	15612,025	31224,05	31494,35	8
37625,4749	1415676363	20921,05	41842,1	32872,35	9
43891,6821	1926479754	19944,9	39889,8	47558	10
36735,6122	1349505206	19824,175	39648,35	33571,1	11
42883,2555	1838973601	19795,4	39590,8	45940,35	12

نلاحظ أن الانحرافات المعيارية SD_i غير ثابتة من شهر إلى آخر لكن يصعب إعطاء حكم عن شكل نموذج السلسلة الزمنية لذا نتقل للاختبار التالي.

2-3 - طريقة المعادلة الانحدارية: حيث نتبع الخطوات التالية:

أ- حساب المتوسط السنوي لكل سنة \bar{Y}_i .

ب- حساب الانحرافات المعيارية لكل سنة SD_i .

ج- حساب معامل الانحدار b .

حيث نستخدم الجدول التالي:

جدول رقم (20): العمليات الحسابية لحساب ميل الانحدار لتحديد شكل نموذجي للسلسلة الزمنية للمبيعات.

$\bar{Y}_i \times Sd_i$	Sd_i	\bar{Y}_i^2	\bar{Y}_i	2005	2004	الأشهر
1247650898	45693,7988	745541181,2	27304,6	54609,2	34549,7	1
894027124,8	39703,0411	507053568,6	22517,85	45035,7	33532,8	2
1174461150	44578,3477	694111716	26346	52692	34612,3	3
1144166996	42404,3145	728045862,4	26982,325	53964,65	26154,7	4
1478205319	52258,1938	800130325,2	28286,575	56573,15	47553,3	5
1014381669	41036,9737	611015365,6	24718,725	49437,45	30397,45	6
678836811,6	32435,5731	438013623	20928,775	41857,55	18763,75	7
489585161,1	31359,4912	243735324,6	15612,025	31224,05	31494,35	8
787164442,2	37625,4749	437690333,1	20921,05	41842,1	32872,35	9
875415209,5	43891,6821	397799036	19944,9	39889,8	47558	10
728253205,7	36735,6122	392997914,4	19824,175	39648,35	33571,1	11
848891195,7	42883,2555	391857861,2	19795,4	39590,8	45940,35	12
11361039182	490605,759	6387992111	273182,4			المجموع

تقوم بحساب معامل الانحدار انطلاقاً من الجدول السابق بحيث:

$$\hat{b} = \frac{\sum SDi . \bar{Y}t - n . \overline{SD} . \bar{Y}}{\sum \bar{Y}_i^2 - n . \bar{Y}^2}$$

$$\overline{SD} = \frac{49693,79}{2} = 40883,81 \quad , \bar{Y} = \frac{2731824}{2} = 22765,2$$

$$\hat{b} = \frac{(1136103918) - (12)(40883,81)(22765,2)}{6387992111 - (12)(22765,2)^2} = 0,030$$

إذن بما أن قيمة معامل الانحدار أقل من 0,05 أي: $b = 0,03 < 0,05$ نستنتج أن نموذج السلسلة الزمنية الخاص بالمبيعات نموذج تجميعي.

الاختباران الأولان لا يبينان بشكل واضح شكل نموذج السلسلة الزمنية بينما الاختبار الثالث يبين أن نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات نموذج تجميعي، حيث توجد مركبة الاتجاه العام بالإضافة إلى المركبة العشوائية و المركبة الموسمية.

3- بناء نموذج السلسلة الزمنية:

3- 1 - تقدير معاملات السلسلة الزمنية (b.a.Sj) باستعمال جدول Buys-Ballot:

أولاً - نضع جدول Buys-Ballot كما يلي:

متوسط الشهر \bar{Y}	مجموع الشهر	2005	2004
44579,45	89158,9	54609,2	34549,7
39284,25	78568,5	45035,7	33532,8
43652,15	87304,3	52692	34612,3
40059,68	80119,35	53964,65	26154,7
52063,23	104126,45	56573,15	47553,3
39917,45	79834,9	49437,45	30397,45
30310,65	60621,3	41857,55	18763,75
31359,2	62718,4	31224,05	31494,35
37357,23	74714,45	41842,1	32872,35
43723,9	87447,8	39889,8	47558
36609,73	73219,45	39648,35	33571,1
42765,58	85531,15	39590,8	45940,35
	\sum	548369,8	419004,15
$\bar{Y} = 40307,25$	\bar{Y}_i	45697,48333	34917,0125
	$\sum i . \bar{Y}_i = 126311,979$	91394,96667	34917,0125

ثانيا- تقدير المعلمات (b.a.Sj) :

-تقدير المعلمة b :

$$b = \frac{12 \left[126311,979 - \frac{2(2+1)}{2} \times 40307,2 \right]}{12 \times 2(2^2 - 1)} = \frac{64684,8}{72} = 898,4$$

$$a = 40307,2 - 898,4 \left(\frac{(12 \times 2) + 1}{2} \right) = 29077,2$$

-تقدير المعلمة a :

تقدير المعلمة S_j :

$$S_j = \bar{Y}_j - \bar{Y} - b \left(j - \frac{(m+1)}{2} \right)$$

$$S_1 = 44579,45 - 40307,5 - 898,4(1 - 6,5) = 9213,45$$

$$S_2 = 39284,25 - 40307,5 - 898,4(2 - 6,5) = 3019,85$$

$$S_3 = 43652,15 - 40307,5 - 898,4(3 - 6,5) = 6489,35$$

$$S_4 = 40059,68 - 40307,5 - 898,4(4 - 6,5) = 1998,475$$

$$S_5 = 52063,23 - 40307,2 - 898,4(5 - 6,5) = 13103,625$$

$$S_6 = 39917,45 - 40307,2 - 898,4(6 - 6,5) = 59,45$$

$$S_7 = 30310,65 - 40307,2 - 898,4(7 - 6,5) = -10445,75$$

$$S_8 = 31359,20 - 40307,2 - 898,4(8 - 6,5) = -10295,6$$

$$S_9 = 37357,43 - 40307,2 - 898,4(9 - 6,5) = -5195,975$$

$$S_{10} = 43723,9 - 40307,2 - 898,4(10 - 6,5) = 272,3$$

$$S_{11} = 36609,73 - 40307,2 - 898,4(11 - 6,5) = -7740,275$$

$$S_{12} = 42765,58 - 40307,2 - 898,4(12 - 6,5) = -2482,825$$

وبالتالي فإن نموذج السلسلة الزمنية يكتب بالشكل التالي:

$$Y_{i,j} = 29077,2 + 898,4(j + m(i - 1)) +$$

9213,45
3019,85
6489,35
1998,47
13103,62
59,45
- 10445,75
- 10295,6
- 5195,97
272,3
- 7740,27
- 2482,82

3-2- حساب قيم التباين المقدر للمتغير العشوائي وللمعلمتين:

$$\hat{V}(\mathbf{I}^2t) = \frac{\sum \mathbf{I}^2t}{n-2} = \frac{717075739,8}{24-2} = 32594351,81 \quad \Rightarrow S_{et} = \sqrt{V_{et}} = 5709,14$$

$$\hat{V}(b) = \frac{\hat{V}(\mathbf{I}t)}{\sum (t-\bar{t})^2} = \frac{\hat{V}(\mathbf{I}t)}{n(n^2-1)} = \frac{32594351,81}{24(24^2-1)} = 28342,91 \Rightarrow S_{\hat{b}} = 168,353$$

$$\hat{V}(a) = \bar{t}^2.V(b) + V(\mathbf{I}^2t) / n = \left(\frac{n+1}{2} \right) V(b) + \frac{V(e^2t)}{n}$$

$$V(a) = \left[\frac{24+1}{2} \right] \times (28342,91) + \frac{32594351,81}{24} = 1712384,36 \Rightarrow S_{\hat{a}} = 1308,58$$

3-3- معامل الارتباط:

3- حساب معامل الارتباط:

$$r = \frac{\text{cov}(T.Y)}{SDt.SDy} = \frac{\sum (t-\bar{t})(Yt - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (t-\bar{t})^2} \sqrt{\sum (Yt - \bar{Y})^2}}$$

$$\frac{60692317}{\sqrt{1150} \sqrt{2191693723}}$$

$$r^2 = 0,382 \Rightarrow r = 0,618$$

بما إن قيمة $r = 0,618$ وهو ما يفسر وجود ارتباط بين المبيعات والزمن، لكن ربما يكون هذا نتيجة الصدفة

مما يجزنا لاختبار معنوية (r):

وكما أشرنا سابقا أهم الاختبارات المستخدمة هنا اختبار "ستودنت" (t) كما يلي:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad ; (30 \text{ أقل من } n \text{ عندنا تكون } n \text{ أقل من } 30)$$

$$t = \frac{0,618\sqrt{24-2}}{\sqrt{1-(0,618)^2}} = 3,687 \text{ إذن قيمة } (t) \text{ هي:}$$

وبالرجوع إلى جدول التوزيع (t) وعند مستوى المعنوية $a = 5\%$ ودرجات

$$df = n - k = 24 - 2 = 22$$

حرية $df = n - k = 24 - 2 = 22$ (حيث يتم اختيار مستوى معنوية $a = 5\%$ على أساس أنه شائع في مثل هذه الاختبارات)، قيمة (t)

$$t_{(22;0.95)} = 1,717 \text{ الجدولية هي:}$$

بما أن المحسوبة $t_{cal} 3,687$ أكبر من الجدولية $t_{(22;0.95)} = 1,717$ ، فإن معامل الارتباط له معنوية إحصائية ولم يكن نتيجة الصدفة، وأنه يمثل قوة العلاقة بشكل صحيح.

4- الاختبارات الإحصائية:

4-1 - اختبارات الخطأ المعياري (S):

حيث تم حساب الخطأ المعياري للتقدير 44, 5709 $S_{\hat{a}}$

إذن الخطأ المعياري للتقدير هو 44, 5709 أي عموماً هناك حوالي 44, 5709 وحدة مباعه كمتوسط خطأً للتقدير وفقاً لهذا النموذج.

وقد تم حساب الخطأ المعياري للتقدير لكل معلمة ونقارنه بنصف قيمتها:

1-أ - بالنسبة المعلمة \hat{a} :

$$S_{\hat{a}} = 1308,58 < \frac{\hat{a}}{2} = \frac{29077,2}{2} = 11453,6 \text{ إذن:}$$

بما أن نصف قيمة المعلمة \hat{a} أكبر من الخطأ المعياري للتقدير لها، فإن هذا يدل على صغر الخطأ المعياري لها كما يدل على معنويتها الإحصائية.

1-ب - بالنسبة المعلمة \hat{b} :

$$S_{\hat{b}} = 16835 < \frac{\hat{b}}{2} = \frac{8984}{2} = 4492 \text{ لدينا}$$

بما أن نصف قيمة المعلمة \hat{b} أكبر من الخطأ المعياري للتقدير لها، فإن هذا يدل على صغر الخطأ المعياري لها كما يدل على معنويتها الإحصائية، ويمكن قبولها كمعلمة للتقدير في المجتمع.

4-2- الاحتمارات الإحصائية للمعلمات باستخدام توزيع "ستودنت" (t):

2-أ- بالنسبة المعلمة \hat{a} :

نضع الفرضيات كما يلي:

فرضية العدم: (أي \hat{a} لا تمثل المجتمع تمثيلا صحيحا) $H_0: a = 0$

الفرضية البديلة: (أي \hat{a} يمكن أن تمثل المجتمع تمثيلا صحيحا) $H_1: a \neq 0$

نحسب قيمة (t) (المحسوبة):

$$t_{(\hat{a})}^{cal} = \frac{\hat{a}}{Se_{(\hat{a})}} = \frac{29077,2}{1308,58} = 22,22$$

بالرجوع إلى جدول التوزيع لـ (t) عند مستوى المعنوية $a = 5\%$ ودرجات

حرية $df = n - k = 24 - 2 = 22$ نجد قيمة t_{tab} الجدولية هي: $t_{(0.25; 18)} = 2,074$

وبما أن القيمة الجدولية t_{tab} هي: $2,074$ تحت مستوى معنوية $a = 5\%$ ودرجة

حرية $df = 24 - 2 = 22$ أي أن $t_{cal} = 22,22 > t_{tab} = 2,074$ أي أن قيمة t_{cal} المحسوبة أكبر من

قيمة t_{tab} الجدولية، وعلى هذا الأساس نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، وبهذا يكون

تقدير \hat{a} ذو معنوية ويدل على إمكانية الوثوق بالمعلمة \hat{a} كمعلمة لتقدير في المجتمع .

2-ب- بالنسبة المعلمة \hat{b} :

نضع الفرضيات كما يلي:

فرضية العدم: (أي \hat{b} لا تمثل المجتمع تمثيلا صحيحا) $H_0: b = 0$

الفرضية البديلة: (أي \hat{b} يمكن أن تمثل المجتمع تمثيلا صحيحا) $H_1: b \neq 0$

نحسب قيمة (t) (المحسوبة):

$$t_{(\hat{b})}^{cal} = \frac{\hat{b}}{Se_{(\hat{b})}} = \frac{898,4}{168,35} = 5,33$$

كما أن قيمة t_{tab} الجدولية تبقى كما هي: $2,074$ لأن لها نفس معالم \hat{a} .

وبما أن القيمة الجدولية لـ t_{tab} هي: $2,074$ تحت مستوى معنوية $a = 5\%$ ودرجة حرية

$df = 24 - 2 = 22$ هي: $2,074$ أي أن $t_{cal} = 5,33 > t_{tab} = 2,074$ أي أن قيمة

t_{cal} المحسوبة أكبر من قيمة t_{tab} الجدولية، وعلى هذا الأساس نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة،

وبهذا يكون تقدير \hat{b} ذو معنوية إحصائية ويدل على إمكانية الوثوق بالمعلمة \hat{b} كمعلمة لتقدير في المجتمع .

4-3- اختبارات جودة التوفيق:

3- أ- اختبارات جودة التوفيق بواسطة (R^2) معامل لتحديد:

$$R^2 = \frac{SSE}{SST} \quad \text{أو} \quad R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{\sum \hat{e}_i^2}{\sum y_i^2} \quad \text{أو}$$

$$(\sum y_i^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2) \quad \text{حيث:}$$

$$R^2 = 1 - \frac{717075739,8}{2191693723} = 1 - 0,3271 = 0,6728$$

$$R^2 = 0,6728 \quad \text{(حيث كل الصيغ تعطي النتيجة):}$$

يظهر معامل التحديد جودة توفيق مقبولة (عالية نوعا ما) لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات ، ويظهر أن حوالي 67,28% من التغيرات في المبيعات يمكن تفسيرها عن طريق التغيرات في الزمن .

3-ب- اختبارات جودة التوفيق بواسطة F (توزيع فيشر):

نقوم بتكوين جدول تحليل التباين ANOVA كما يلي:

جدول رقم (21) : جدول تحليل التباين لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات.

مصدر التباين	المجموع المربع	درجات الحرية df	متوسط مجموع المربعات	F: فيشر
الانحدار البسيط	$SSR = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ = 717075739,8	$(k-1) =$ 2-1=1	$MSSR = SSE / k - 1$ = 717075739,8	$F_{cal} = \frac{MSSR}{MSSE}$ $F_{cal} = \frac{717075739,8}{1474617983}$
البواقي	$SSE = SST - SSR$ = 1474617983	$(n-k) =$ 24-2=22	$MSSE = SSE / n - 2$ = 67028090,15	$F_{cal} = 10,69$
المجموع	$SST = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$ = 2191693723	$(n-1) =$ 24-1=23	-	

- نحدد القيمة الجدولية F_{tab} من جداول التوزيع F عند مستوى المعنوية $a = 5\%$ و $V_1 = k - 1 = 2 - 1 = 1$

و $V_2 = n - k = 24 - 2 = 22$ بمعنى: $F_{a, (1, n-2)}$ الجدولية.

$$F_{a, (1, n-2)} = F_{(0.05; 1; 22)} = 4.41$$

بما أن قيمة المحسوبة $F_{cal} = 10,69$ أكبر من $F_{tab} = 4,41$ الجدولية فإن هذا يدل على المعنوية الإحصائية للنموذج ككل وصلاحيته للتنبؤ، وأنه يتمتع بجودة توفيق مقبولة.

وكون أن مختلف مؤشرات المعنوية الإحصائية وجودة التوفيق تدل عموماً على قبول النموذج نحفظ بالنموذج كما هو.

5- التنبؤ باستخدام نموذج السلسلة الزمنية ومجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها:

5-1- التنبؤ باستخدام نموذج السلسلة الزمنية:

للتنبؤ بكمية المبيعات للفترات اللاحقة وفقاً لهذا النموذج، حيث نريد التنبؤ بمجم المبيعات للفصل الأول من سنة 2006 (الشهر الأول من السنة الثالثة)، فقط نعوض بقيمة $(i+1)$ التي تمثل السنة اللاحقة أي $(i+1=2+1=3)$ و نعوض برقم الشهر في (i) بالشهر الأول أي ب: $(i=1)$ أما m عدد أجزاء السنة فيساوي 12 لتكون كمية المبيعات هي:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{i=3, j=1} &= \hat{Y}_{3,1} = 29077,2 + 898,4(j + m(i-1)) + 9213,45 \\ &= 29077,2 + 898,4(1 + 12(3-1)) + 9213,45 \\ &= 60750,65\end{aligned}$$

حيث أن المقدار: 9213,45 يمثل مقدار الموسمية المقابل للشهر الأول.

إذن حجم المبيعات الشهر الأول من سنة 2006 هو 60750,65 وحدة مبيعة أي حوالي: 60750 وحدة مبيعة.

5-2- مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها:

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتنبأ به لـ (Y) ، علينا أولاً حساب الخطأ المعياري للتوقع والذي يحسب وفقاً للصيغ التالية بالنسبة لنموذج السلسلة الزمنية:

$$S_{\hat{y}_{i+t}} = \sqrt{\frac{\sum t^2 - a \sum Y - b \sum Y.t}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(t + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{n}}}$$

ومن الجدول نجد:

$$S_{\hat{y}_{3,1}} = \sqrt{\frac{717075739}{24-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{24} + \frac{\left(1 + \frac{24-1}{2}\right)^2}{4900 - \frac{(300)^2}{24}}}$$

$$S_{\hat{y}_{3,1}} = 6195,24$$

الانحراف المعياري لخطأ التقدير للقيمة المتنبأ بها هو: 6195,24 .

مجال التنبؤ وفقاً للتوزيع (Z) هو:

جدول رقم (22): مجالات التنبؤ للقيمة المتنبأ بها وفقاً للتوزيع الطبيعي (Z) .

باحتمال 68%	باحتمال 50%
$\hat{Y}_{i+1,j} \pm S \hat{y}_{i+1,j}$	$\hat{Y}_{i+1,j} \pm \frac{2}{3} \cdot S \hat{y}_{i+1,j}$
60750 ,65 \pm (6195 ,24) [66945 ,89 ;54555 ,41]	60750 ,65 \pm $\frac{2}{3}$ (6195 ,24) [64880 ,81 ;56620 ,49]
باحتمال 99.7%	باحتمال 95%
$\hat{Y}_{i+1,j} \pm 2 \cdot S \hat{y}_{i+1,j}$	$\hat{Y}_{i+1,j} \pm 2 \cdot S \hat{y}_{i+1,j}$
60750 ,65 \pm 3(6195 ,24) [79336 ,37;42164 ,93]	60750 ,65 \pm 2(6195 ,24) [73141 ,13;48360 ,17]

ويتم إقرار مجال التوقع وفقاً لإحصائية "ستودنت" (t) كما يلي :

$$\hat{Y}_{i+1,j} \pm t_{df, a\%} \cdot S \hat{y}_{i+1,j}$$

حيث $\hat{Y}_{i+1,j}$ هو المستوى المتوقع (المتنبأ به) و $t_{df, a\%}$ هي قيمة توزيع "ستودنت" النظرية عند مستوى المعنوية $a = 5\%$ ودرجات حرية $df = n - k = 24 - 2 = 22$ حيث في حالة الانحدار البسيط دائماً

$$k=2 \text{ (عدد معلمات النموذج ، نجد: } t_{(0.25;18)} = 2,074$$

حدي مجال التنبؤ هما:

$$\text{الحد الأدنى: } Min = 60750,65 - (2,074)(6195,24) = 47901,72$$

$$\text{الحد الأقصى: } Max = 60750,65 + (2,074)(6195,24) = 73599,57$$

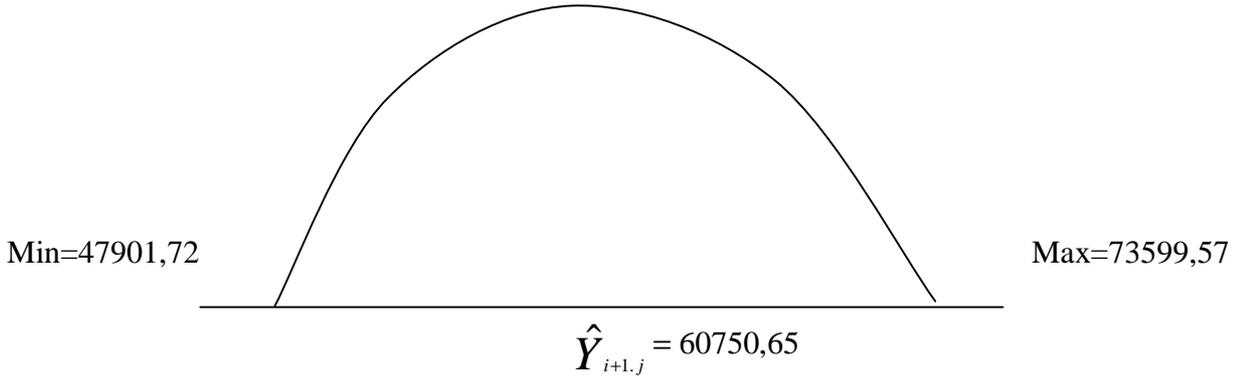
$$\text{إذن: } \hat{Y}_{PR} \in [73599,57;47901,72] \text{ باحتمال } 95\% \text{ ومدى قدره:}$$

$$Max - Min = 73599,57 - 47901,72 = 25697,85 \text{ أي المدى قدره: } 25698 \text{ وحدة}$$

مباعدة.

ونمثل هذا المجال بيانياً كما يلي:

باحتمال 95%



شكل رقم (34): مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم المبيعات وفقا لنموذج السلسلة الزمنية باستعمال توزيع "ستودنت t" باحتمال 95 % .

6- قياس دقة النتائج التنبؤية لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات:

6-1 - المؤشرات التامة (المطلقة):

أ - متوسط القيم المطلقة للأخطاء: mean absolute error

$$MAE = \frac{\sum |e_i|}{n} = \frac{109807,1}{24} = 4575,29$$

متوسط القيمة المطلقة للأخطاء لنموذج الانحدار البسيط هو: 4575,29 وحدة مباعه.

ب - مربع الأخطاء المطلقة: mean Squared error

$$MSE = \frac{\sum e_i^2}{n} = \frac{717075739}{24} = 29878155,83$$

مربع الأخطاء المطلقة هو لنموذج الانحدار البسيط هو: 29878155,83 وحدة مباعه.

ويستخدم الاختباران لمعرفة القوة التنبؤية للنموذج المستخدم.

6-2 - المؤشرات النسبية:

أ - النسبة المطلقة لمتوسط الأخطاء: mean absolute percentage error

$$MAPE = \frac{\sum (|e_i|/Y_i)}{n} = \frac{2,9837}{24} = 0,1243$$

حيث نحسب مجموع متوسط نسبة كل قيمة مطلقة مقدره إلى القيمة الفعلية ونقسم المجموع على عدد بيانات الظاهرة، النسبة المطلقة لمتوسط الخطاء لنموذج السلسلة الزمنية هي: 12,43% .

ب - نسبة متوسط الأخطاء: mean percentage error

$$MPE = \frac{\sum (e_i^2/Y_i)}{n} = \frac{19306,58}{24} = 804,44$$

الفصل الرابع _____ المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ
بمجم مبيعات مؤسسة مطاحن الخضنة

نستخدم هذه الصيغة لمعرفة التحيز في الأخطاء نحو الموجب أو السالب ، وكلما كانت القيمة قريبة من الصفر فإن هذا يشير إلى دقة النموذج في التنبؤ، نسبة متوسط الأخطاء لنموذج السلسلة الزمنية هي: 804,44% .

نستعمل هذه المؤشرات فيما بعد للمفاضلة بين النموذجين والخروج بحكم حول ذلك.

ثالثا - المفاضلة بين النموذجين:

قبل الحكم على أي النموذجين أفضل في التنبؤ بمجم المبيعات يجب التطرق لنتائج الاختبارات الإحصائية و لنتائج اختبارات جودة التوفيق لكل نموذج قبل البدء في المفاضلة حيث نلخص مختلف النتائج في الجدول التالي:

جدول رقم (23): ملخص لمختلف نتائج الاختبارات الإحصائية وجودة التوفيق لكل النموذجين.

الاختبارات	نموذج الانحدار البسيط	نموذج السلسلة الزمنية
1- الارتباط: -1 معامل الارتباط	يمكن القول بقوة العلاقة وفقا لمعامل الارتباط	وفقا لمعامل الارتباط العلاقة ليست قوية بالقدر الكبير
2- معنوية معامل الارتباط	معامل الارتباط معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة.	معامل الارتباط معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة.
-2/ الاختبارات الإحصائية للمعلمات: 1- اختبارات الخطأ المعياري: 1-1- للمقدار الثابت a	وجود معنوية إحصائية	وجود معنوية إحصائية
1-2- للميل b	وجود معنوية إحصائية	وجود معنوية إحصائية
2- اختبارات التوزيع t: 1-2- للمقدار الثابت a	وجود معنوية إحصائية	وجود معنوية إحصائية
2-2- للميل b	وجود معنوية إحصائية	وجود معنوية إحصائية
-3/ اختبارات جودة التوفيق: 1- بواسطة R ²	جودة التوفيق متوسطة نوعا ما	جودة توفيق عالية نوعا ما
2- بواسطة التوزيع F	معنوية إحصائية للنموذج ككل	المعنوية الإحصائية للنموذج ككل

تظهر مختلف المعايير الإحصائية وجود معنوية إحصائية لنموذج الانحدار البسيط و لنموذج السلسلة الزمنية ، بينما يوجد شيء من التضارب في اختبارات جودة التوفيق حيث تظهر جودة توفيق متوسطة نوعا ما لنموذج الانحدار البسيط مع معنوية إحصائية للنموذج ككل بينما يظهر في نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات

حيث تظهر جودة توفيق عالية نوعا ما مع المعنوية الإحصائية للنموذج ككل، مما يجعلنا نتقل إلى معايير أخرى أكثر دقة في النتائج (عموما) و في الحكم على أفضلية أي النموذجين، حيث في هذه الخطوة نستعمل المعايير الثلاثة للمفاضلة بين النموذجين.

1- وفقا للحكم على التنبؤات أو مجالات التنبؤ:

القيمة المتنبأ بها وفقا لنموذج الانحدار البسيط هي: 46085,52 وحدة مبيعة، كما يظهر نموذج الانحدار البسيط مجالا للقيمة المتنبأ بها وفقا لتوزيع "ستودنت" (t) باحتمال قدره: 95 % هو:

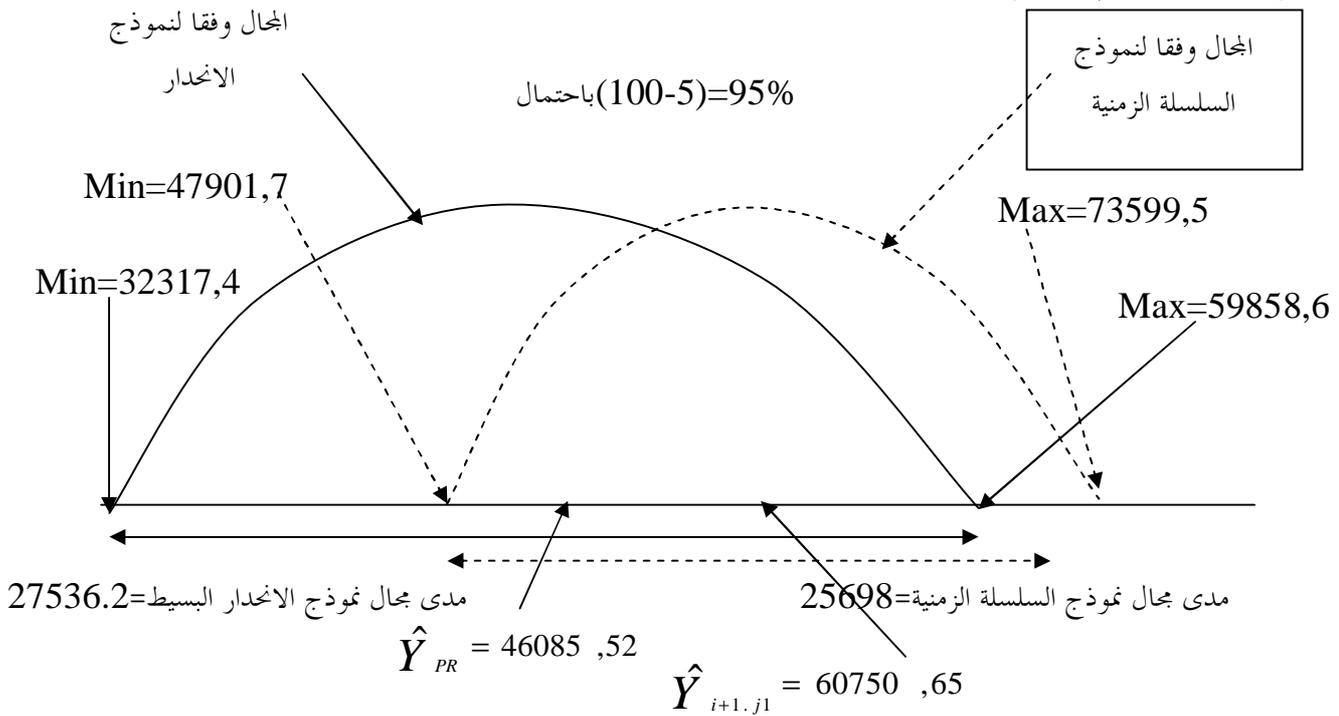
$$\hat{Y}_{PR} \in [59853,62; 32317,41]$$

ومد هذا المجال هو 27536,2 وحدة مبيعة.

القيمة المتنبأ بها وفقا لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات يظهر نموذج السلسلة الزمنية هي: 60750,65 وحدة مبيعة، كما يظهر مجالا للقيمة المتنبأ بها وفقا لتوزيع "ستودنت" (t) باحتمال قدره: 95 % هو:

$$\hat{Y}_{PR} \in [73599,57; 47901,72]$$

وعمطابقة المجالين في بيان واحد نجد:



شكل رقم (35): مجال التنبؤ للقيمة المتنبأ بها لحجم مبيعات المؤسسة وفقا لنموذج الانحدار البسيط و نموذج السلسلة الزمنية باستعمال توزيع "ستودنت" t باحتمال 95 %.

حيث لم يتم أخذ المجالات الخاصة بالتوزيع الطبيعي حيث أن توزيع "ستودنت" يعتبر ملخص أفضل للمجالات الأربعة إذ أنه يكاد يساوي مطابقا للمجال الموجود عند نسبة احتمال: 95 % للمجال المحدد وفقا للتوزيع الطبيعي لذا تم اعتماده بدلا من المجالات الأربعة للتوزيع الطبيعي.

من خلال مدى المجالين ومن خلال الرسم يتضح أن نموذج الانحدار البسيط للمبيعات على مصاريف الإشهار يعطي مجال أوسع من الذي يعطيه نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات ، مما يجعلنا نرشح نموذج السلسلة الزمنية كنموذج أفضل من نموذج الانحدار البسيط للتنبؤ بمجم المبيعات وفقا لهذا المعيار كون أننا دائما وعلى وجه الدقة نفضل النموذج الذي يعطي مجال أضيق لحجم المبيعات المتنبأ به.

2- وفقا لقاعدة "Theil":

لدينا متوسط مربع خطأ التقدير لنموذج الانحدار البسيط هو :

$$S_1^2 = \frac{\sum e_{i1}^2}{n - k_1}$$

$$S_1^2 = \frac{930715293}{24 - 2} = 42305240,59$$

وأيضا متوسط مربع خطأ التقدير لنموذج السلسلة الزمنية هو :

$$S_2^2 = \frac{\sum e_{i2}^2}{n - k_2}$$

$$S_2^2 = \frac{717075739,8}{24 - 2} = 32594351,8$$

$$S_1^2 = 42305240,59 < S_2^2 = 32594351,8 \text{ : إذن}$$

تقتضي قاعدة "Theil" أن النموذج الذي يحتوي على أقل متوسط مربع خطأ التقدير هو النموذج الأفضل للتنبؤ، وهنا في التنبؤ بمجم المبيعات ، نلاحظ أن متوسط مربع خطأ التقدير لنموذج الانحدار البسيط للمبيعات على مصاريف الإشهار أكبر من متوسط مربع خطأ التقدير لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات ، ما يجعلنا نختار نموذج السلسلة الزمنية للتنبؤ بمجم المبيعات .

ولأننا أخذنا فقط عينة واحدة من المتغير المتنبأ به (المبيعات) فإنه لا يمكننا تطبيق قاعدة "Thiel" المعدلة للمفاضلة بين النموذجين والتي تتطلب الاعتماد على عدة عينات للحكم على أفضلية النموذجين، لذا نكتفي فقط بصيغتها البسيطة فقط.

من خلال هذا المعيار (قاعدة "Thiel" للمفاضلة) يمكن الحكم (القول) بأن نموذج الانحدار البسيط للمبيعات أفضل من نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات في التنبؤ بمجم المبيعات.

3- باستخدام المقارنة بين نتائج دقة القياس:

يمكن أن نضع الجدول التالي الملخص للمؤشرات الأربعة:

جدول رقم (24): ملخص لمختلف معايير نتائج دقة القياس لكلى النموذجين.

نوعية المؤشرات	المؤشر	نموذج الانحدار البيسط	الترجيح	نموذج السلسلة الزمنية
مؤشرات تامة (مطلقة)	متوسط القيمة المطلقة للأخطاء MAE	5035,25 وحدة مباعة	--<--	4572,29 وحدة مباعة
	مربع الأخطاء المطلق MSE	38779803,89 وحدة مباعة	--<--	29878155,83,25 وحدة مباعة
مؤشرات نسبية	النسبة المطلقة لمتوسط الأخطاء MAPE	13,15 %	--<--	12,43 %
	نسبة متوسط الأخطاء MPE	972,15 %	--<--	804,44 %

تقتضي كل مؤشرات دقة قياس النتائج التنبؤية بأن النموذج الذي يتمتع بقيمة أقل لكل مؤشر هو النموذج الأفضل (من حيث دقة القياس)، ويظهر من الجدول أن نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات يتمتع بأقل القيم للمؤشرات الأربعة وعلى العكس من ذلك في نموذج الانحدار البسيط، مما يجعلنا نفضل استخدام السلسلة الزمنية على نموذج الانحدار البسيط للمبيعات ، أي أن نموذج السلسلة الزمنية أفضل من نموذج الانحدار البسيط في التنبؤ بمجم المبيعات ، وفقا لمؤشرات دقة القياس.

إذن تشير جميع معايير المفاضلة الثلاثة إلى أفضلية نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات الذي يفسر المبيعات وفقا للزمن في تقدير المبيعات على نموذج الانحدار البسيط و الذي يفسر المبيعات كتابع لمصاريف الإشهار، إذن نرشح نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات كنموذج أفضل من نموذج الانحدار البسيط في التنبؤ بمجم المبيعات بالنسبة لمؤسسة مطاحن الحفنة.

و حيث من خلال النموذج الذي تم اختياره نقوم بتقدير حجم المبيعات الكلي ثم لكل منتج من خلال توزيع الحجم المقدر الكلي بطريقة تناسبية بواسطة الترجيحات التي توافق كل شهر (نأخذ متوسط السنتين للشهر) ، فبعد اختيارنا لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات للتنبؤ بمجم المبيعات ، والتي من خلالها

الفصل الرابع _____ المفاضلة بين النموذجين في التنبؤ
بمجم مبيعات مؤسسة مطاحن الحضنة

حصلنا على حجم متنبأ به للشهر الأول من السنة الموالية قدره: 60750,65 قنطار ، نوزع هذا المجموع على

المنتجات حيث لدينا مبيعات المنتجات لهذا الشهر في الستين كانت كما يلي:

المتوسط	المجموع	سنة 2005	سنة 2004	
16850 ,75	33701 ,5,25	24507 ,35	9194 ,15	السميد
17474 ,7	34949 ,4	17284 ,35	17665 ,05	الفريفة
10254	20508	12817 ,5	7690 ,5	البقايا
44579 ,45	89158 ,9	54609 ,2	34549 ,7	المجموع

إذن من خلال الجدول يمكن أن نوزع المبيعات على المبيعات المرجحة بالمتوسطات كما يلي:

$$- \text{السميد: } 22963,61 = (44579,45 / 16850,75) \times 60750,65$$

$$- \text{الفريفة: } 23813,64 = (44579,45 / 17474,7) \times 60750,65$$

$$- \text{البقايا: } 13973,63 = (44579,45 / 10254) \times 60750,65$$

إذن يمكن القول أنه من المتوقع بيع 22963,61 قنطار من السميد و 23813,64 قنطار من الفريفة و ما مقداره: 13973,63 قنطار من بقايا الطحن.

حيث تأخذ هذه التقديرات كمعلومات خام تحتاجها العديد من الوظائف في المؤسسة أو كأساس لمقارنة التقديرات بالإنجازات عند نهاية المدة من أجل تحليل الانحرافات ودراسة أسبابها ومحاولة معالجتها ، لذلك تأخذ كتقديرات مثلى محسوبة بشكل أقرب ما يكون إلى الدقة .

باستخدام كلى النموذجين وفقا للخطوات السالفة ، ثم بإخضاع كلى النموذجين لمعايير المفاضلة المختلفة فانه بإمكاننا تحديد أي النموذجين أنسب للتنبؤ بمجم المبيعات دون النموذج الآخر ، كما يجب الانتباه إلى أن النتيجة التي تعطيها معايير المفاضلة ليست نتيجة يجب اعتمادها بصورة نهائية في التنبؤ بمجم المبيعات للفترات اللاحقة و بشكل دائم ، إذ يجب إعادة النظر في ذلك بصفة دورية ، فمثلا في دراسة الحالة التي بين أيدينا ظهر بأنه من الأفضل استخدام نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات بدلا من نموذج الانحدار البسيط لكن وبعد فترة ما و بعد إعادة مختلف الخطوات السابقة قد يظهر عكس ما ظهر في الأول (وخاصة في حالة ما إذا تم تحديد متغير له تأثير كبير وواضح على حجم المبيعات و بصورة دقيقة) ، لذا يجب إعادة عملية المفاضلة بشكل دوري (أي في بداية كل دورة أو كلما احتجنا لتنبؤات حول المبيعات).

خاتمة

من خلال دراستنا لموضوع استخدام نموذج الانحدار البسيط ونموذج السلسلة الزمنية للمبيعات في التنبؤ بحجم المبيعات على مستوى المؤسسة ، ونظرا لما لعملية التنبؤ بحجم المبيعات من أهمية إذ أنه على أساسها تبني مختلف تقديرات جل الوظائف الأخرى ، حيث أن مختلف القرارات المتخذة من طرف مديري هذه الوظائف و التي تبني على أساس التنبؤات لها تأثير واضح على أداء هذه الوظائف .

فمن خلال البناء الجيد للنموذج المستخدم في عملية التنبؤ بحجم المبيعات يمكن الحصول على تنبؤات جيدة حول حجم المبيعات وما ينجر عنه من تقديرات جيدة على مستوى الوظائف الأخرى واتخاذ قرارات كفئة ينجر عنها الأداء الجيد لمختلف الوظائف و للمؤسسة ككل، لذا بات من الأهمية بمكان الاهتمام بالنموذج المستخدم في التنبؤ .

لذلك كانت إشكالية بحثنا تدور حول أفضلية النموذج المستخدم في التنبؤ بحجم المبيعات و الذي يعطي أفضل تنبؤات و أفضل تفسير للمبيعات، فانطلقنا من فرضية أساسية مفادها أن أفضلية (أو كفاءة) النموذج المستخدم في التنبؤ بحجم المبيعات تتوقف على مجموعة من الاعتبارات الإحصائية (كجودة النموذج، المعنوية الإحصائية، دقة القياس ، ...) لا على طبيعة النموذج في حد ذاته، ومن أجل الإجابة عن تساؤلات إشكالية البحث وتأكيد فرضياته تم القيام بدراسة ثلاثة محاور أساسية وهي :

- محاولة توضيح مختلف المفاهيم المتعلقة بالتنبؤ بصورة عامة و التنبؤ بحجم المبيعات بصورة خاصة.
- الدراسة التحليلية لكل نموذج من خلال دراسة عناصر كل نموذج وأهم العوامل المشكلة له.
- تحديد مختلف المعايير المستخدمة في المقاضلة بين النموذجين وكيفية حسابها و طرق استخدامها ، و محاولة تطبيقها على الميدان.

فقد تم اختيار دراسة حالة مؤسسة مطاحن الحضنة بالمسيلة التابعة لشركة رياض سطيف باعتبار أنها من المؤسسات التي تسعى إلى تحديث طرق التسيير و استخدام مختلف الأساليب العلمية في الإدارة، و حاولنا استخدام كلى النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات المؤسسة ثم تطبيق مختلف معايير المقاضلة بين النموذجين المتوصل إليها في هذه الدراسة ، فما تم الوصول إليه من نتائج يتبلور في النقاط الموالية.

النتائج :

من خلال دراستنا لمبيعات مؤسسة مطاحن الحضنة بالمسيلة يتبين ما يلي:

- كون أن منتجات المؤسسة تعتبر من المنتوجات الأساسية أو من أهم السلع الضرورية ، كما أن الطلب على هذا النوع من المنتوجات يعرف شيء من التذبذب على مدار السنة (فحجم الاستهلاك من الخبز في الوجبة اليومية في أشهر الشتاء يختلف عنه في فصل الصيف) مما أدى إلى بيان الكفاءة في نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات في التنبؤ .

- كون أن المواد الأولية المستخدمة في الإنتاج من البداية أنها تتأثر بأحد أهم العوامل المؤثرة في السلسلة الزمنية أي أن إنتاج القمح (المادة الأولية للمؤسسة) له تأثير واضح بالموسمية، يعد من أهم العوامل التي أدت إلى وجود نتائج جيدة في التنبؤ بحجم المبيعات بالنسبة لنموذج السلسلة الزمنية.
 - بما أن المؤسسة تنشط على مستوى منطقة معروفة بوجود نسبة لا بأس بها من إنتاج الحبوب نظر للموقع الجغرافي، حيث يعتمد معظمه في الاستهلاك الذاتي مما يؤثر على مبيعات المؤسسة بصورة موسمية مما أدى إلى كفاءة نموذج السلسلة الزمنية في التنبؤ بحجم المبيعات.
 - وجود مجموعة من العوامل المؤثرة في الكمية المباعة من منتوجات المؤسسة لكن مع صعوبة الضبط العددي للبعض منها مثل جودة المنتوج أو حجم المنافسة أو لصعوبة الحصول على كافة المعطيات المتعلقة بها و لفترة مقبولة من الزمن تسمح بالدراسة مع التأثير المتفاوت لكل منها قد يكون من أهم ما أدى إلى نقص كفاءة نموذج الانحدار البسيط الذي تم بناءه أمام نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات.
 - المؤسسة لا تولي اهتمام واضح بالطريقة المتنبأ بها بحجم المبيعات للفترات اللاحقة حيث تم تبيان أنها تستخدم نموذج شبيه لنموذج السلسلة الزمنية بسورة مبسطة وعدم اهتمامها بأي نموذج آخر قد يستخدم في التنبؤ مما صعب في تحديد المتغير المستقل بالنسبة لنموذج الانحدار البسيط أو التحديد غير الجيد له.
- وهذا ما يثبت الفرضية الجزئية الأولى أي انه عند إعداد أي نموذج لتقدير حجم المبيعات يجب الأخذ بعين الاعتبار عوامل تتعلق بالمبيعات (المنتج) في حد ذاتها.
- تبين من خلال تطبيقنا لمختلف معايير المقاضلة بين النموذجين في التنبؤ بحجم مبيعات مؤسسة مطاحن الحنونة بالاعتماد على ما توفر من معطيات لسنتي 2004 و 2005 ما يلي:
- التحديد الجيد للمتغير المستقل المؤثر في المبيعات قد يمكن أن يكون من أسباب كفاءة أو عدم كفاءة نموذج الانحدار البسيط في التنبؤ بحجم المبيعات حسب ما هو متوفر من معطيات على مستوى المؤسسة.
 - قد يعود سبب أفضلية نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات على نموذج الانحدار البسيط إلى كون حجم العينة المأخوذة بالدراسة ليس كبير بما فيه الكفاية حيث أنه تم استخدام ما هو متوفر من معطيات لكلى النموذجين، إذ أنه من المعلوم إحصائيا أنه كلما كان حجم العينة كبير بالنسبة للمجتمع ككل كلما أدى إلى التمثيل الجيد للمجتمع من خلال العينة المأخوذة من أجل تعميم الدراسة على المجتمع ككل.
 - نظرا لتوفر معطيات حول حجم المبيعات لفترات سابقة عديدة وهذا كاف لبناء نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات و نقص المعطيات الكافية لنموذج الانحدار البسيط و صعوبة تحديد أهم عامل مؤثر بصورة مباشرة في المبيعات من المستحسن استخدام نموذج السلسلة الزمنية بدلا منه لغرض نمذجة المبيعات فقط.

- وفقا لمعايير المفاضلة بين النموذجين من الأنبج استخدام نموذج السلسلة الزمنية للمبيعات كونه يتمتع بمجموعة من المؤهلات تجعله أكثر كفاءة في التنبؤ بحجم مبيعات المؤسسة بدلا من نموذج الانحدار البسيط للمبيعات .
- لا يعد هذا الحكم نهائيا بالنسبة للمفاضلة بين النموذجين فمن المستحسن القيام بالمفاضلة عند بداية كل دورة وفقا لما هو متاح من معطيات حول المتغيرات.
- و هذا ما يثبت صحة الفرضية الجزئية الثانية أي أن التنبؤات المثلى تأتي من نماذج تأخذ عدة اعتبارات إحصائية في الحسبان حيث أن هذه النماذج الإحصائية الكفاءة المستخدمة في التنبؤ بحجم المبيعات يمكن أيضا أن تفسر سلوك المبيعات بشكل يسمح بدراساتها لأغراض اقتصادية.
- ومما سبق نستنتج أن أفضلية (أو كفاءة) النموذج المستخدم في التنبؤ بحجم المبيعات تتوقف على مجموعة من الاعتبارات الإحصائية (كجودة النموذج، المعنوية الإحصائية، دقة القياس ، ...) لا على طبيعة النموذج في حد ذاته و هو ما يكفل الحصول على أحسن التنبؤات.

الاقتراحات :

- بناء على ما تقدم ذكره في النتائج توصلنا إلى وضع مجموعة من الاقتراحات حول إمكانية تحسين التنبؤات بحجم المبيعات التي من الممكن أن تساعد المؤسسة في تحسين أداء مختلف إدارات ووظائفها، وتتمثل فيما يلي :
- توفير المعطيات اللازمة لكلى النموذجين تسهيلا لعملية بناء كل نموذج ثم القيام بعملية المفاضلة وفقا للمعايير المحددة.
- التحديد الجيد للمتغيرات خاصة العامل المستقل لنموذج الانحدار البسيط و الذي يعد من أهم الأسباب التي تؤدي للبناء الجيد للنموذج .
- اعتماد أنظمة أرشفة جيدة للمعطيات (للوثائق) لغرض سهولة الحصول عليها و سهولة استخدامها لبناء النماذج التنبؤية .
- استخدام نظام معلومات يسمح بإمكانية الحصول على المعلومات على مستوى جل وظائف المؤسسة حيث عند الحاجة إلى معطيات حول متغير ما نتحصل عليها بالدقة المطلوبة و الوقت الممكن و سهولة المتاحة.
- الاهتمام أكثر بعملية التنبؤ بحجم المبيعات كون نتائج هذه الأخيرة تؤدي إلى تنبؤات جيدة بالنسبة للوظائف الأخرى مما يتيح التنسيق الجيد بين الوظائف المختلفة داخل المؤسسة.
- عملية الرقابة على مختلف الوظائف تعتمد على تحليل أو تحديد الانحرافات بين الانجازات و التقديرات، وكون الفارق كبير بين التقديرات و الانجازات فالسبب الأكثر ترجيحاً هو كون أن التقديرات (التنبؤات) لم تكن محددة بطريقة سليمة بدلا من ترجيح سبب نقص الأداء على مستوى الوظيفة التي تم الرقابة على أدائها، لذا لا بد من الاهتمام أكثر بالطريقة المتبعة في التنبؤ بحجم المبيعات

في المؤسسة و الذي يكون في صدارة مختلف تنبؤات الوظائف الأخرى (الإنتاج ، التموينات ، الأفراد ، المالية ،.....).

في الأخير يمكن الإشارة إلى أن الاهتمام بطريقة التنبؤ بحجم المبيعات على مستوى المؤسسة الاقتصادية تعتبر أهم شيء أو أول شيء ينبغي الاهتمام به قبل القيام بأي نشاط على مستوى المؤسسة من خلال بناء النماذج و المفاضلة بينها وفقا للمعايير المحددة من أجل ضمان التسيير الفعال لمختلف الوظائف التي تلي وظيفة المبيعات ، وهذا يترك الباب مفتوحا أمام دراسات أخرى للوصول إلى أفضل الأساليب للمفاضلة بين النماذج في عملية التنبؤ بحجم المبيعات في المؤسسة الاقتصادية.

و كأني بحث آخر فإن بحثنا هذا لم يخل من بعض النقائص و التي عموما هي ناتجة عن بعض الصعوبات المتعلقة أساسا بغياب نظام سريان المعلومات، إذ أنه تم الاكتفاء فقط بالمقابلة الشخصية لمسؤولي المؤسسة والإطلاع على بعض الكشوفات المحاسبية الشاملة، والتي لا تخل من بعض النقائص والأخطاء عموما.

المراجع المعتمدة :

1/- باللغة العربية:

- 1- أحمد سيد مصطفى، إدارة الإنتاج والعمليات، بدون ذكر دار النشر و البلد، الطبعة الرابعة، 1999.
- 2- أحمد شيبات ، الإحصاء الوصفي، نقله إلى العربية: حسان زواش، كلية العلوم والهندسة، جامعة قسنطينة، الجزائر، 2001.
- 3- أنور اللحام ، شفيق ياسين ، مبادئ الإحصاء والاحتمال ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر، 1991.
- 4- العباس بلقاسم ، مذكرة التنبؤ باستخدام طرق الاتجاه العام، المعهد العربي للتخطيط، الكويت، 2000 .
- 5- العيسوي إبراهيم ، "نظرة عامة على أساليب التنبؤ" ، المعهد العربي للتخطيط، الكويت، 1994.
- 6- الإمام عماد ، برنامج تدريبي " استخدام السلاسل الزمنية في التنبؤ" ، المعهد العربي للتخطيط، الكويت، 2000 .
- 7- امثال محمد حسن ، محمد علي محمد ، الاستدلال الإحصائي ، الدار الجامعية ، الإسكندرية ، بدون سنة النشر .
- 8- جمال محمد شاكر ، التحليل الإحصائي للبيانات باستخدام ، SPSS، الدار الجامعية ، الإسكندرية، مصر ، بدون سنة النشر.
- 9- جميل توفيق، عادل حسن، مبادئ التسويق وإدارة المبيعات ، جامعة بيروت، لبنان، 1980.
- 10- دومنيك سلفكتور ، الإحصاء والاقتصاد القياسين ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، بدون سنة النشر .
- 11- حنا نصر الله وآخرون، مبادئ في العلوم الإدارية، دار زهران، الأردن، 1998.
- 12- حسن التميمي، إدارة الأعمال والإنتاج، دار الحكمة اليمنية، اليمن، 1994.
- 13- حسين أحمد بتال العاني ، استخدام نماذج ARIMA في التنبؤ الاقتصادي ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة الأنبار، العراق، 2001.
- 14- حسين علي بجيت ، سحر فتح الله ، مقدمة في الاقتصاد القياسي ، الدار الجامعية للطباعة والنشر ، بغداد، 2002.
- 15- مجيد علي حسين ، عفاف عبد الجبار، الاقتصاد القياسي: النظرية والتطبيق ، دار وائل ، عمان ، الطبعة الأولى، 1998.
- 16- مولود حشمان، نماذج وتقنيات التقدير قصير المدى، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2002.
- 17- موري سبيغل، الإحصاء و الاحتمال ، ترجمة سعدية حافظ ، أكاديميا للطباعة و النشر، بيروت، لبنان ، 2001.
- 18- محمد احمد العزاوي، أساليب بحوث العمليات، بدون دار النشر، بغداد، 1984.

- 19- محمد سامي راضي، وجدي حامد حجازي، المدخل الحديث في إعداد واستخدام الموازنات، الدار الجامعية الإسكندرية، مصر، 2001.
- 20- محمد عبد الوهاب أحمد العزاوي، أساليب بحوث العمليات، بدون دار النشر، بغداد، 1984.
- 21- محمد صالح الحناوي، محمد توفيق ماضي، بحوث العمليات في تخطيط ومراقبة الإنتاج، الدار الجامعية، الجزائر، 2001.
- 22- محمد توفيق ماضي، إدارة الإنتاج والعمليات، مدخل اتخاذ القرارات، الدار الجامعية، مصر، بدون سنة النشر.
- 23- نصيب رجم، الإحصاء التطبيقي، دار العلوم للنشر و التوزيع، عنابة، الجزائر، 2004.
- 24- سونيا محمد البكري، إدارة الإنتاج والعمليات، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2001.
- 25- سمير محمد عبد العزيز، الاقتصاد القياسي: مدخل في اتخاذ القرارات، مكتبة الإشعاع للطباعة و النشر والتوزيع، الإسكندرية، مصر، بدون سنة النشر.
- 26- سعد الدين أبو الفتوح الشرنوبي، المفاهيم والمعالجات الأساسية في الإحصاء، مكتبة الإشعاع، الإسكندرية، الطبعة الأولى، 2001.
- 27- عامر أحمد عامر، محاضرات في الإحصاء (2)، دار الغرب للنشر، وهران، الجزائر، 2004.
- 28- عباس السيد، الاقتصاد القياس، دار الجامعات المصرية، الإسكندرية، مصر، بدون سنة النشر.
- 29- عبد المجيد عبد الحميد البلداوي، الإحصاء للعلوم الإدارية و التطبيقية، دار الشروق، عمان، الطبعة الأولى، بدون سنة النشر.
- 30- عبد المرزي حامد عزام، أسامة عبد العزيز حسين، أساسيات الاستدلال الإحصائي، الدار الجامعية، مصر، 2001.
- 31- عبد العزيز شرابي، طرق إحصائية للتوقع الاقتصادي، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 2000.
- 32- عبد القادر محمد عبد القادر عطية، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، الطبعة الثانية، 2000.
- 33- عوض منصور وعزام صبري، مبادئ الإحصاء، دار الصفاء للنشر والتوزيع، عمان، الطبعة الأولى، 2000.
- 34- علي لزعر، الإحصاء توفيق المنحنيات، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2000.
- 35- عمر صخري، اقتصاد المؤسسة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الطبعة الثانية، 1993.
- 36- فائق شقير و آخرون، مقدمة في الإحصاء، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، الطبعة الأولى، 2000.

- 37- فروخي جمال ، نظرية الاقتصاد القياسي ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، 1993.
- 38- فرкос محمد، الموازنات التقديرية، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، 1995.
- 40- صلاح الشنواني، التنظيم والإدارة في قطاع الأعمال، مركز الإسكندرية للكتاب، الإسكندرية، مصر، 1999.
- 41- تومي صالح ، مدخل لنظرية القياس الاقتصادي، الجزء الأول ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1999.
- 42- ضياء أحمد القاضي و آخرون، إحصاء ونظم المعلومات، مركز جامعة القاهرة للتعليم المفتوح ، مصر، 1998.

-/2 - باللغة الأجنبية:

أ- باللغة الإنجليزية:

- 1- A ,Afifi ,S P Azen ,statistical Analysis A computer oriented Approach , Academic press , New York , second Edition , 1979.
- 2- Colin Drury ,Management and cost Accounting , fourth Edition, international Thomson publishing company, New York , without date.
- 3- C Radhakrishma Roo , Hillge Toutenburg ,linear models :least square and Alternatives,2nd Edition, Springer series in statistics , New York , 1999.
- 4- David Anderson, Dennis Sweeney and Thomas William "Quantitative Methods for Business " South Western college Publishing , Ohio, 2001.
- 5- Donald Harnett and James Horriel "Data, Statistics and decision models with Excel ' John and sons, New York, 1998 .
- 6-Gerald Keller and Brian Worrack "(Statistics for Management and Economics " Cole publishing Company , New York , 1997.
- 7-G S Maddala , introduction to Econometrics , MACMILLAN publishing company , New York , Second Edition , 1992.
- 8- J J Johnston "Econometric methods " , international student Edition ,USA , 1984.

- 9- J M Stigler , “Gouss and invention of last squares ,the Annols of Na Msties val N3,1981.
- 10- John Hanke and Arthur Reitsch , understanding business statistics , Richard D ,Irwn Inc ,Boston ,USA,1991.
- 11- Murry R Spiegel , theory and problems of statistics , Mc GRAW Hill Edition , New York without date.
- 12- Regine Kaiser and Agustin Moranall . Nots on time series analysis ARIMA modals and signal Esctraction .Bamako .Spanish ,without date.
- 13- Ruey S Tsay . Analyses of financial time series . A Wiley – interscience publication, New York ,2002.

ب- باللغة الفرنسية:

- 1- B Bou Khames , les tests statistique , Ecole NGS D 'Algere's , Alger. sans âdat
- 2- Charles T Horngren , comptabilité analytique de gestion , traduit par: Anoclito J Fernndez , les éditions H R W ltie,Montréal , sans âdat.
- 3- Jean Pierre Védrines , technique quantitative de gestion , librairie vuibert, Paris ,1985.
- 4- Joseph G Monk ,gestion de la production et des opérations,traduit par: Cloud Engrand ,MC GRAW HILL Edition ,Paris,1993.
- 5- Léonard J Kazmier , statistiques de gestion , traduit par :Jean-marc picard , Mc GRW Hill Editeurs, Paris , 1982.
- 6- Michel Gervais , control de gestion et planification de le entreprise ,Economica Edition ,3éme édition ,1989.
- 7- Pierre Bailly ,exercices corrigés de statistique discraptive ,offices des publication universiters ,Alger. sans âdat
- 8- Rachid Ben Dib , économétrie théorie et application , office des publications universitaires ,Alger ,2001.
- 9- Thierry Cuyaubere, Jacques Muller ,control de gestion ,la villeguerin éditions,Paris ,1991.

3- المحاضرات و الملتقيات :

1- د. جيلاطو جيلالي ، محاضرات في مقياس الإحصاء التطبيقي ، مقدمة لطلبة السنة الثالثة علوم التسيير ، كلية العلوم الاقتصادية والتسيير ، جامعة الجزائر، 2003.

2- د. خرباشي حميد ، محاضرات في مقياس مناهج القرارات ، مقدمة لطلبة ماجستير تخصص استراتيجية ، كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية ، جامعة محمد بوضياف بالمسيلة ، 2004.

3-Applied Statistics 2005 International Conference ,The conference Applied Statistics 2005 was organized by Statistical Society of Slovenia and University of Ljubljana in cooperation with Statistical Office of the Republic of Slovenia ,AS2005 is sponsored by Slovenian Research Agency. September 18 - 21, 2005.

4- بعض المواقع الالكترونية:

1- الموقع الخاص بشركة MINITAB Inc ، البرنامج الإحصائي MINITAB 10.2 ، <http://www.minitab.com/>

2- <http://www.Stat.si/>

3- <http://www.SpSS.cate.si/>

4- <http://www.alarix.si/>

5- <http://www.Skill-info.si/>

6- <http://www.result.si/>

7- <http://www.arrs.gav.si/>